Filtrage exact de diffusions discrétisées.

V.Genon-Catalot.

*Laboratoire MAP5 (CNRS UMR 8145), UFR de Mathématiques et Informatique, Université Paris 5 René Descartes,
45, rue des Saints-Pères, 75270 Paris Cedex 06, France.
e-mail : genon@math-info.univ-paris5.fr*

Résumé

Considérons un couple signal-observation $((x_n, y_n), n \geq 0)$ où le signal non observé (x_n) est une chaîne de Markov, et la composante observée (y_n) est telle que, conditionnellement à la suite (x_n) , les variables (y_n) sont indépendantes et la loi conditionnelle de la variable y_i ne dépend que de la variable correspondante x_i . Ces modèles sont appelés modèles de filtrage non linéaires ou modèles de Markov cachés. En filtrage, la loi du processus (x_n, y_n) est supposée connue et l'on cherche à estimer la variable non observée x_n ou à prédire x_{n+1} à partir de l'observation $(y_1, \dots, y_n)$. Ceci requiert le calcul des lois conditionnelles x_n (resp. x_{n+1}) sachant $y_n, \dots, y_1$ pour tout n . Les calculs exacts de ces lois sont le plus souvent inextricables et remplacés par des algorithmes approchés. Nous proposons des conditions suffisantes pour obtenir des filtres calculables de façon exacte et étendons la notion de filtres de dimension finie au moyen de mélanges de distributions. La méthode est appliquée au cas où $x_n = X_{n\Delta}$ est une discrétisation d'un processus de diffusion unidimensionnel. Nous proposons plusieurs modèles vérifiant nos conditions suffisantes. De plus, pour ces modèles, la vraisemblance exacte de l'observation $(y_1, \dots, y_n)$ est explicite de sorte que, lorsque la loi du processus (x_n, y_n) présente des paramètres inconnus, l'estimation de ces paramètres par maximum de vraisemblance exact est possible.

Références

- [1] M. Chaleyat-Maurel et V. Genon-Catalot, Computable infinite-dimensional filters with applications to discretized diffusions, *Stoch. Proc. and Appl.* 116 (2006) 1447-1467.