

Licence 2^e année, 2007–2008

ANALYSE POUR L'INGÉNIEUR

Examen du 19 mai 2008

Nombre de pages de l'énoncé : 1. Durée 1h30.

Tout document est interdit. Tout appareil électronique, même à titre d'horloge, est également interdit.

Justifiez vos réponses ! Il sera tenu compte de la présentation.

Question de cours

Soit f une fonction 2π périodique et de classe \mathcal{C}^1 sur \mathbb{R} .

1. Donner la définition des coefficients de Fourier a_0 , a_n et b_n , $n \geq 1$, de la fonction f .
2. Donner la définition de la série de Fourier, $S(f)$ associée à f .
3. Soit $x \in \mathbb{R}$ quelconque, que peut-on dire de $f(x)$ et $S(f)(x)$?

Exercice 1.

Soit deux constantes réelles a et b vérifiant $0 < a < b$.

On pose $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 < x < 1 \text{ et } a < y < b\}$ et $f(x, y) = x^y$.

1. Représenter D .
2. Montrer que f est continue sur D et que pour tout $(x, y) \in D$, $0 < f(x, y) < 1$.
3. Intégrer f sur D de deux façons différentes, en déduire la formule

$$\int_0^1 \frac{x^b - x^a}{\ln x} dx = \ln \left(\frac{b+1}{a+1} \right).$$

Quel théorème permet ces calculs ? justifiez son application.

Exercice 2.

Déterminer les points critiques et les extréma des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = e^{x \sin y}$;
2. $g(x, y) = x^2 + y^2 + \sin(xy)$.