

Licence 2<sup>e</sup> année, 2008–2009

## ANALYSE POUR L'INGÉNIEUR

Examen du 25 juin 2009

Nombre de pages de l'énoncé : 1. Durée 1h30.

Tout document est interdit. Tout appareil électronique, même à titre d'horloge, est également interdit.

*Justifiez vos réponses ! Il sera tenu compte de la présentation.*

---

### Questions de cours

1. Énoncez de façon précise le théorème de FUBINI en dimension deux.
2. Énoncez de façon précise le théorème de changement de variables pour une intégrale double.

**Exercice 1.** Pour  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ , on pose  $f(x, y) = x e^{-(x^2+y^2)}$ .

1. Calculer  $\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} f(x, y)$ . En déduire que  $f$  est bornée sur  $\mathbb{R}^2$ .
2. Déterminer les points critiques de  $f$ .
3. Calculer la matrice hessienne  $H_f$  de  $f$ .
4. Déterminer les extremums locaux de  $f$ .
5. Trouver  $m = (m_1, m_2)$  et  $M = (M_1, M_2)$  dans  $\mathbb{R}^2$  tels que  $f(m) = \min_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f(x, y)$  et  $f(M) = \max_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} f(x, y)$ .

**Exercice 2.** On pose

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq x \right\} \quad \text{et} \quad I = \iint_D \frac{1}{(x^2 + y^2 + 1)^2} dx dy .$$

1. Représenter  $D$ .
2. Calculer  $I$ .