UFR de Mathématiques et Informatique
45, rue des Saints-Pères 75270 Paris cedex 06

UNIVERSITÉ PARIS DESCARTES
UFR DE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

Licence 2e année, 2007–2008

Analyse pour l'ingénieur

Partiel du 30 mars 2009

Nombre de pages de l'énoncé : 1 . Durée 1h30.

Tout document est interdit. Tout appareil électronique, même à titre d'horloge, est également interdit.
Justifiez vos réponses ! Il sera tenu compte de la présentation.

Questions de cours

Soient $g : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^m$ et $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^p$ des fonctions différentiables et $h = f \circ g$.

1. Que peut-on dire sur la différentiabilité de h ?
2. Pour $d = p = 1$ et m quelconque, expliciter la différentielle de h en un point $a \in \mathbb{R}$ (faire les calculs !).

Exercice 1.

Soit $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$f(x,y) = y^2 \sin \frac{x}{y} \quad \text{pour} \quad y \neq 0 \quad \text{et} \quad f(x,0) = 0$$

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. On pose $U = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y \neq 0\}$. Montrer que f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur U.
3. Montrer que f a des dévivées partielles en tout point de $\mathbb{R}^2$ et les calculer.
4. Montrer que la fonction $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ est continue.
5. Montrer que la fonction f n'est pas de classe $\mathcal{C}^1$

Exercice 2.

Soit f définie sur $\mathbb{R}^2$ par $f(x,y) = \sin(x^2 - y^2)$
et $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ définie par $g(x,y) = (x + y\, , x - y)$.

Calculer les dérivées partielles de $f \circ g$

1. sans calculer $f \circ g$.
2. après calcul de $f \circ g$.