UFR de Mathématiques et Informatique
45, rue des Saints-Pères 75270 Paris cedex 06

UNIVERSITÉ PARIS DESCARTES
UFR DE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE

CORRIGÉ DE L'EXAMEN PARTIEL
LICENCE 2, Environnement de calcul scientifique et modélisation

Année 2007 - 2008 , 17 mars 2008

Questions de cours :

a) `A=[ a, v' ; v, B]`

b) $A^2 = \begin{pmatrix} a & v^t \\ v & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & v^t \\ v & B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + v^t * v & a * v^t + v^t * B \\ a * v + B * v & v * v^t + B * B \end{pmatrix}$.
Les dimensions des blocs sont compatibles et A^2 est une matrice $(d+1, d+1)$.

c) On a `w=[ 0, v' ]'`$= \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ et `w'=[ 0, v' ]`.

Donc $Aw = \begin{pmatrix} a & v^t \\ v & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v^t * v \\ B * v \end{pmatrix}$, matrice $(d+1, 1)$.

$w' * A = (0\ v') \begin{pmatrix} a & v^t \\ v & B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v' * v & v' * B \end{pmatrix}$, matrice $(1, d+1)$.

et $w * w' = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} (0\ v') = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & v * v' \end{pmatrix}$, matrice $(d+1, d+1)$.

On vérifie que tous les produits matriciels `*` sont définis.
d) Les avantages de la manipulation par blocs sont d'un côté la simplification des calculs à la main.
Tandis que pour les logiciels de calcul numérique, on obtient de meilleures performances en occupation mémoire centrale, transfert des données et donc des calculs plus rapides.

Exercice 1
1. Soit `v=[11, 12, 13, 14, 15, 16]` et `a=[2, 5, 4]`.
Alors `v(a)` *extrait*, dans l'ordre, les éléments d'*indices* 2, 5 et 4 et affiche `[12 15 14]` ;
`a($:-1:1)` inverse le vecteur ligne `a`, attention ici `$=3` (et non pas 4 !).
Donc `a($:-1:1)=a([3,2,1])` ce qui donne `[4, 5, 2]` et la commande `v(a($:-1:1))` *extrait*, dans l'ordre, les éléments d'*indices* 4, 5 et 2 et affiche `[14 15 12]` .
`ones(a)` donne `[1, 1, 1]` et `v(a)=ones(a)` est une *affectation* qui associe aux *éléments* du vecteur `v` qui ont comme *indice* `a=[2, 5, 4]` la *valeur* 1. Donc `v(a)=ones(a)` donne `[11 1 13 1 1 16]`.

On a le droit d'utiliser `v` et `a` mais pas de les redéfinir !
On obtient `[11, 13, 16]` en faisant `v(a)=[]` ce qui enleve les éléments d'indices 2, 5 et 4 du vecteur ligne initial.
Le vecteur `[11, 2, 13, 4, 5, 16]` est obtenu grâce à l'*affectation* `v(a)=a` qui permet de remplacer les éléments d'*indices* 2, 5 et 4, par les *valeurs* 2, 5 et 4.

2. Il y a beaucoup de possibilités pour obtenir `A`, mais il faut utiliser correctement les commandes Scilab :

```
A=zeros(n,n); A(:,$)=x; A($,:)=x(n)*ones(x)'
```

ou `A= [ zeros(n-1,n-1) , x(1:n-1) ; x(n)*ones(1,n) ]`
attention : il faut utiliser `x` et non pas refaire `rand(n,1)` !

Exercice 2
On suppose exécuté `n=100; A= rand(n,n); B= rand(n,n); C=rand(n,n);`
Sans boucle, on peut faire

```
D = zeros(B); D=bool2s(B>0.5).*A + bool2s(B<0.5).*C
```

Avec deux boucles `for` et des tests `if` (solution en pratique non conseillée) :

```
for i=1:n, for j=1:n
  if (B(i,j)>0.5)   then D(i,j)=A(i,j) end
  if (B(i,j)==0.5)  then D(i,j)=0      end
  if (B(i,j)<0.5)   then D(i,j)=C(i,j) end
end, end
```

On peut aussi utiliser `elsif` et `else`... avec la syntaxe correcte !

Exercice 3
1. Les réponses A et E sont correctes.
La matrice `A` est rectangulaire, de taille $(2,3)$ et `A'` de taille $(3,2)$. Le produit `A*A'` est de taille $(2,2)$. Comme `B=rand(3,2); B*A` donne une matrice $(3,3)$. Les autres opérations sont pas définies ou donnent des matrices rectangulaires.

2. Les réponses A et D sont correctes.
`linspace` dans A donne 100 points régulièrement espacés, en commencant par 1 et en terminant par 100, ce qui fait que l'on a 99 intervalles de longueur 1 entre les points ; on obtient bien le vecteur `v`.
Seul la boucle du D remplit correctement le vecteur `v` car pour $i=1$ on obtient `v=[ 1 ]` et pour $i=100$ on a `v=[v, 100 ]=[ 1, 2, ... , 100]`.

3. Les réponses B et D sont correctes.
`v` est un vecteur colonne $(3,1)$ et `v*v'` une matrice $(3,3)$.
Par ailleurs, `v(3:-1:1)` correspond à la troisième colonne de `A` et le résultat donne un vecteur colonne $(3,1)$ de `T`'s .

4. Les réponses B et D sont correctes.
Dans B, la matrice étant remplie colonne par colonne, on obtient le résultat souhaité, tandis que les coefficients ligne/colonne utilisés dans D correspondent au bon choix.
Note : la dernière instruction de E (==) est un test dont le résultat ne pourra donner la matrice demandée !

5. Les réponses C et E sont correctes.
C est correct car `real` extrait les parties réelles élément par élément du vecteur et on obtient ainsi le vecteur ligne demandé.
Dans E on inverse d'abord le vecteur ligne `v` ce qui donne `[ 3, 2, 1, 0]`, en élevant le dernier élément (`$` vaut ici 4) on aboutit au bon vecteur.