Université Paris–Descartes
UFR de Mathématiques et Informatique
45, rue des Saints-Pères 75270 Paris cedex 06

Licence 2e année, 2007–2008

ENVIRONNEMENT DE CALCUL SCIENTIFIQUE ET MODÉLISATION

Examen partiel du 17 mars 2008

Nombre de pages de l'énoncé : 2. Durée 1h30.

Tout document ainsi que l'utilisation de tout appareil électronique, même à titre d'horloge, est interdit.

Justifiez vos réponses ! Il sera tenu compte de la présentation.

Questions de cours

Soit $a \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}^d$ et $B \in \mathcal{M}(d,d)$. On suppose que ces trois éléments sont correctement définis dans *Scilab*, c'est-à-dire : `size(a)=[1,1]` , `size(v)=[d,1]` et `size(B)=[d,d]` .
On considère $A = \begin{pmatrix} a & v^t \\ v & B \end{pmatrix}$.

a) Comment définir dans *Scilab* la matrice A à partir de `a`, `v` et `B`.
b) Utiliser la multiplication par blocs pour calculer à la main A^2.
c) On pose `w=[ 0, v' ]'`, que vaut `A*w` ? que vaut `w'*A` ? que vaut `w*w'` ?
d) Quel est l'intérêt des opérations "par blocs" sur les matrices ?

Exercice 1.

1. On définit `v=[11, 12, 13, 14, 15, 16]` et `a=[2, 5, 4]`.
   Que donne alors `v(a)`, `v(a($:-1:1))` et `v(a)=ones(a)` ?
   Utiliser de même uniquement `a` et `v` pour obtenir :
   `[11, 13, 16]` et `[11, 2, 13, 4, 5, 16]` .
2. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on définit `x=rand(n,1)`. Donner une manière simple pour définir la matrice carrée

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & x(1) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & x(2) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & x(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & x(n-1) \\ x(n) & x(n) & \cdots & x(n) & x(n) \end{pmatrix}.$$

Exercice 2.

On suppose que les commandes : `n=100; A= rand(n,n); B= rand(n,n); C=rand(n,n);` ont été exécutées.
Écrire les commandes *Scilab* pour construire une matrice `D` de taille n par n telle que $D_{ij} = A_{ij}$ si $B_{ij} > 0.5$, 0 si $B_{ij} = 0.5$ et C_{ij} si $B_{ij} < 0.5$.

Exercice 3. Reporter uniquement les réponses exactes sur votre copie, en expliquant brièvement votre choix.

1. Soit `A=[1:3;4,0,1]`, la ligne de commande proposée affiche une matrice carrée :

   A : `A*A'`

   B : `A'.*A`

   C : `A.*ones(A)`

   D : `A^2`

   E : `B=rand(3,2); B*A`

2. La ligne de commande proposée affiche le vecteur ligne `v=[1,2,3,...,99,100]`

   A : `v=linspace(1,100,100)`

   B : `v=[1:0.01:100]`

   C : `v=linspace(1,100,101)`

   D : `v=[]; for i=1:100, v=[v,i]; end; v`

   E : `v=1;  for i=1:100, v=[v,i+1]; end; v`

3. On pose `A=[1:4;4:-1:1;0:3]` et `v=[2; 2; 3]` :

   A : `v'*A*v` est un réel.

   B : `v*v'` est une matrice à trois lignes et trois colonnes.

   C : `v(3:-1:1)'==A(3,:)` donne `[T, T, T]`

   D : `v(3:-1:1)==A(:,3)` donne $\begin{bmatrix} \mathtt{T} \\ \mathtt{T} \\ \mathtt{T} \end{bmatrix}$

   E : `B=A'; B(:,3)==v` donne `[T, T, T]`

4. La ligne de commande proposée affiche la matrice carrée à deux lignes et deux colonnes `A`, dont la première ligne est le vecteur `[1,2]` et la seconde ligne est le vecteur `[3,4]` :

   A : `A=[1,2,3,4]`

   B : `A=matrix([1;3;2;4],2,2)`

   C : `A=[1;3]; A=[A;[2;4]]`

   D : `A=[1:4;2:5;3:6]; A=A([1,3],[1,2])`

   E : `A=[1,2;3,4]; A==A(1:2,:)`

5. La ligne de commande proposée affiche le vecteur ligne `v=[3, 2, 1]` :

   A : `v=[%i,2+3*%i,3*(%i+1)]; v=real(v)`

   B : `v=[6:-1:1]; v([6, 1])`

   C : `v=[54+3*%i,2+2*%i,3+%i]; v=imag(v)`

   D : `v=[1:10]; v([4:10])=[]`

   E : `v=[0:3]; v=v($:-1:1); v($)=[]`