Université Paris–Descartes
**UFR de Mathématiques et Informatique**
45, rue des Saints-Pères 75270 Paris cedex 06

UNIVERSITÉ PARIS DESCARTES

**Licence 2$^{e}$ année, 2009–2010**

# ENVIRONNEMENT DE CALCUL SCIENTIFIQUE

# Examen du 21 mai 2010

***Nombre de pages de l'énoncé : 2. Durée 1h30.***

**Tout document ainsi que l'utilisation de tout appareil électronique, même à titre d'horloge, est interdit.**

*Justifiez vos réponses de façon précise et concise ! Il sera tenu compte de la présentation !*

### Questions de cours

Calcul d'un déterminant d'une matrice carrée $A$ de taille $n$.

1. Déterminer le nombre d'opérations nécessaires pour calculer $\det(A)$ en utilisant, de façon récursive, le développement par rapport à la première ligne.
2. On suppose donnée la décomposition LU de la matrice $A$.
   Comment en déduire $\det(A)$ ? quel est le nombre d'opérations nécessaires ?
   (On rappelle que le coût de la décomposition $LU$ est $O(\frac{2}{3}n^3)$)
3. Quelle méthode est utilisée par Scilab pour évaluer `det(A)` ?

### Exercice 1.

On considère la fonction $f$ définie par $f(x) = \dfrac{1}{1-\cos x}$.

1. Définir $f$ en Scilab grâce à la commande `deff` de façon à ce que `y=f(x)` évalue $f$ en chaque élément d'un vecteur `x`.
   Dans la suite on suppose `f` définie correctement.

   On veut obtenir une représentation la plus informative possible de `f`.
   Expliquer pourquoi aucune des lignes de commandes suivantes ne convient :
2. `x=linspace(0,1,50)          ; y=f(x); plot2d(x,y)`
3. `x=linspace(0.001,%pi,3)     ; y=f(x); plot2d(x,y)`
4. `x=linspace(0.001,2*%pi-0.001,100); y=f(x); plot2d([-x,x],[y,y])`
5. `x=linspace(0.001,2*%pi-0.001,100); y=f(x); ..`
   `plot2d([-x',x'],[-y',y'],style=[3,3],rect=[-2*%pi,0,2*%pi,20])`
6. `x=linspace(0.001,2*%pi-0.001,100); y=f(x); plot2d([-x',x'],[y',y'],style=[-1,1])`

7. Proposer une bonne réponse.

**Exercice 2.**

On considère les lignes de commandes indépendantes :

($a$) `x = [-1;0;1]; y = [0;1;0]; plot2d([x,x],[y,-y],[1,1])`

($b$) `v= 1; for i = 1:5, v = [v(1:i),i+1]; end; v`

($c$) `A = [0,1]; A = [A;A([2,1])]`

($d$) `v = [1:3]; (2^(1-v))'*((-1)^(v-1))`

($e$) `B=[ -2, -1; 2,1]; A= [B, [0;0], -B($:-1:1,$)]`

Donner l'affichage produit par chacune de ces lignes. Pensez à justifier.

**Exercice 3.**

On suppose que la fonction `f` est définie et chargée dans Scilab.

```
function C=f(A,b)
   n = size(A);
   C = zeros(A);
   for i=1:n(1)
     for j=1:n(2)
        if A(i,j)>b then
            C(i,j)=A(i,j)
        else
            C(i,j)=b
        end
     end
   end
endfunction
```

1. On pose `A=[0,2;1,4]` et `b=1`.
   Quel est le résultat de `f(A,b)` ?
2. De façon générale, que calcule la fonction `f` ?
3. Donner une autre façon de calculer `C` en Scilab sans utiliser de boucle.

**Exercice 4.**

On rappelle que l'intégrale $\int_a^b f(x)\,dx$ d'une fonction $f$ est proche, lorsque $N$ est un entier suffisamment grand, de

$$\frac{b-a}{N}\Big(f(a)+f(a+\frac{b-a}{N})+f(a+2\frac{b-a}{N})+\ldots+f(a+i\frac{b-a}{N})+\ldots+f(a+(N-1)\frac{b-a}{N}\Big).$$

1. Écrire une fonction `I=integrale(a,b,f,N)` qui à des nombres réels $a, b$, une fonction $f$ et un nombre entier $N$ associe

$$I=\frac{b-a}{N}\Big(f(a)+f(a+\frac{b-a}{N})+f(a+2\frac{b-a}{N})+\ldots+f(a+i\frac{b-a}{N})+\ldots+f(a+(N-1)\frac{b-a}{N}\Big).$$

2. Quel nom donner à un fichier contenant cette fonction ?
3. Scilab possède une fonction de calcul d'intégrale, appelée `intg`, qui à des nombres réels $a, b$ et une fonction $f$ associe une valeur approchée `intg(a,b,f)` de $\int_a^b f(x)\,dx$.
   Soit $g$ la fonction définie par $g(x) = \cos x + x$.
   Donner les lignes de commande permettant de comparer la rapidité des deux méthodes sur le cas particulier de la fonction $g$ avec $a = 0, b = \pi$, et en prenant successivement $N = 100$ et $N = 1000$.