Université Paris–Descartes
UFR de Mathématiques et Informatique
45, rue des Saints-Pères 75270 Paris cedex 06

Licence 2e année, 2010–2011

Environnement de calcul scientifique et modélisation

Examen du 17 mai 2011

Nombre de pages de l'énoncé : 2 . Durée 1h30.

Tout document ainsi que l'utilisation de tout appareil électronique, même à titre d'horloge, est interdit.

Justifiez vos réponses ! Il sera tenu compte de la présentation.

Questions de cours

Soit $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_N = b$, une subdivision de l'intervalle $[a, b]$, $a < b$.

On va calculer $I(f) = \displaystyle\int_a^b f(t)\,dt$, grâce à une formule de quadrature.

1. Comment est défini l'ordre d'une méthode d'intégration numérique ?

   On suppose que la fonction `f` est définie dans Scilab et que `x` contient la subdivision de l'intervalle $[a, b]$: `x = [ x(1), x(2), ... , x(N+1)]`.

2. Donner une ligne de code Scilab qui calcule $I(f)$ grâce à la méthode des rectangles à gauche :

$$I_N^G(f) = \sum_{i=0}^{N-1} (x_{i+1} - x_i) f(x_i) \;;$$

3. Donner une ligne de code Scilab qui calcule $I(f)$ grâce à la méthode du trapèze :

$$I_N^T(f) = \sum_{i=0}^{N-1} (x_{i+1} - x_i) \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2}$$

4. Citez des différences entre ces deux méthodes.

Exercice 1.

Donner les commandes qui permettent une représentation satisfaisante de la fonction

$$f(x) = \frac{1}{(1 + \cos(x))^2} \,.$$

Exercice 2.
On considère les lignes de commandes indépendantes :

(a) `v=[]; for i=4:-2:-2, v=[i,v]; end; v`
(b) `v=1; for i=1:5, v=[i,v($)]; end; v`
(c) `deff("y=f(x)","y=x.*x"); x=[1:3] ; x'*f(x)`
(d) `A=[1:4;4:-1:1;0:3]; v=[2;2;3]; v(3:-1:1)'==A(3,2:$)`

Donner l'affichage produit par chacune de ces lignes. Pensez à justifier.

Exercice 3.
On définit `v=1:3; A=[v;v($:-1:1);v([2,3,1])]`

1. Donner la matrice `A`.

Qu'affiche chacune des lignes `Scilab` suivantes ?
Note : avant chacune de ces commandes, la matrice A est supposée redéfinie à sa valeur initiale.

2. `A([1,2],:)=[  ]`

3. `A=A(3,:)`

4. `A([1,$],:)=A([$,1],:)`

5. `A(:,1)==[ 1,3,7 ]'`

6. `A(:,1)=[ 1,3,7 ]'`

Exercice 4.
Soit $n \in \mathbb{N}^*$, grâce aux réels $a_0, a_1, \ldots, a_n$, on définit le polynôme P de la façon suivante :

$$P(X) = a_0 + a_1(X - a_1) + a_2(X - a_1)(X - a_2) + \ldots + a_n(X - a_1) \cdots (X - a_n) \ .$$

a) Écrire une fonction `[P] = poly_examen(a)` qui prend en entrée le vecteur ligne `a`, de taille $[1, N]$ et qui retourne en sortie le polynôme P d'indéterminée X.
On note $N = n + 1$.

On suppose pour toute la suite que la fonction `poly_examen()` est correctemnt définie dans Scilab.

b) Qu'affiche la ligne suivante ?
`a=1:2; P=poly_examen(a); coeff(P)`

c) Qu'affichent les lignes suivantes ?

```
1   a=0:10; P=poly_examen(a); c=coeff(P); c($)
2   horner(P,3)
```

d) Qu'affiche la ligne suivante ?
`a=ones(1,100); P=poly_examen(a); c=coeff(P); [c(1) ; c($)]`