Université Paris–Descartes
UFR de Mathématiques et Informatique
45, rue des Saints-Pères 75270 Paris cedex 06

Licence 2e année, 2012–2013

Environnement de calcul scientifique et modélisation

Examen partiel du 26 mars 2013

Nombre de pages de l'énoncé : 2. Durée 1h30.

Tout document ainsi que l'utilisation de tout appareil électronique, même à titre d'horloge, est interdit.

Justifiez vos réponses ! Il sera tenu compte de la présentation.

Questions de cours

1. On suppose que les matrices `A` et `B`, à éléments réels, ont été définies dans Scilab et ont comme tailles respectives $[n, m]$ et $[m, p]$, où m, n, p sont des entiers non nuls. Calculer le nombre de multiplications de nombres réels nécessaires pour effectuer le produit matriciel `A*B` (on utilise le produit matriciel habituel !).
2. Dans Scilab, on définit les matrices `M=rand(100,10)`, `N=rand(10,1000)` et `P=rand(1000,10)`. On veut calculer $U = M * N * P$, où faut-il placer les parenthèses pour que le nombre de multiplications de nombres réels soit le plus petit possible ? Expliquez !

Exercice 1.

Donner le résultat produit par les commandes Scilab (indépendantes) suivantes, en expliquant dans chaque cas le détail du raisonnement.

1. `coeff(poly([3:-1:1],"x","c")-poly([2,3],"x"))`
2. `v = []; for i=1:4, v = [i, v, i]; end; v(1:$-1)`
3. `v = 0; for i=1:3, v = [v,ones(v)-v]; end; v`
4. `([-3:2:4]' * linspace(-1,4,3))<0`
5. `cumsum( (-1).^[1:10] )`
6. `X = poly([0],"X"); P = 3*X^3-1 ; horner(P, [-1:1] )`

Exercice 2.

1. Donner des instructions Scilab permettant de produire les matrices carrées $A = (a_{ij})$ d'ordre 10 dans les cas suivants :
   (a) $a_{ij} = i$ si i est impair, $a_{ij} = j$ si i est pair ;
   (b) $a_{ij} = \sqrt{i+j}$.
2. Étant donné un entier $n \geq 3$ (variable supposée préalablement affectée en Scilab), donner dans chaque cas des instructions Scilab permettant de produire les vecteurs lignes v, de dimensions $[1, n]$ et qui commencent comme suit :
   (a) $v = (2, \sin(2), \sin(\sin(2)), \sin(\sin(\sin(2))), ...)$
   (b) $v = (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...)$
   (chaque terme à partir du troisième est la somme des deux termes précédents ; cette suite s'appelle la suite de Fibonacci).

Exercice 3.

1. Donner la commande pour définir, sans boucle, la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$.

   On suppose que A est définie dans toute la suite et que l'on a exécuté les commandes `x = [3, 1]` et `y = [4:-2:1]`.

2. Que donne `A(:,x)` ?
3. Que donne `A(y,y(x(2)))` ?
4. Que donne `B = A; B(x,y) = [x', y']` ?
5. Que donne `diag(A([x, y],:))` ?

   N'oubliez pas d'expliquer vos réponses !

Exercice 4.

Construire une fonction Scilab `y = logistique(a,x,n)` qui prend en entrée deux réels `a,x` et un entier naturel `n`, et renvoie dans `y` le réel u_n, où la suite $(u_k)_{k\geq 0}$ est définie par récurrence par

$$u_0 = x \quad \text{et} \quad \forall k \geq 0, \;\; u_{k+1} = a u_k(1 - u_k).$$