

MASTER MA-IM 2010–2011

LOGICIELS MATHÉMATIQUES

Projet

À remettre : le fichier des fonctions Scilab, le fichier TeX et le fichier compilé au format PDF (ne pas oublier vos noms dans les fichiers source “.sce”, et “.tex”).

Partie calculs et programmation

1. Écrire une fonction Scilab [Ii] = `image_integrale(I)` qui calcule de façon récursive à partir d'une image I , de taille (L, C) , une nouvelle image Ii de même taille et définie par

$$Ii(l, c) = \sum_{1 \leq i \leq l, 1 \leq j \leq c} I(i, j) \text{ pour tout } 1 \leq l \leq L, 1 \leq c \leq C.$$

On proposera un algorithme qui optimisera le nombre d'additions et donne le résultat en utilisant une boucle unique sur $I(i, j)$:

$$\begin{aligned} c_s(l, c) &= c_s(l, c - 1) + I(l, c) \\ Ii(l, c) &= Ii(l - 1, c) + c_s(l, c) \end{aligned}$$

où $c_s(l, c) = \sum_{1 \leq j \leq c} I(l, j)$ est la somme cumulative par ligne.

2. Écrire une fonction Scilab [Im] = `moyenne_rapide(I, a)` qui calcule la moyenne sur une fenêtre $(2a + 1, 2a + 1)$, où $a \in \mathbb{N}^*$:

$$Im(l, c) = \frac{1}{(2a + 1)^2} \sum_{-a \leq i \leq a, -a \leq j \leq a} I(l + i, c + j) \text{ pour tout } 1 \leq l \leq L, 1 \leq c \leq C.$$

On proposera un algorithme qui ne nécessite que 4 opération (“+”, “-”) par pixel en utilisant l'image Ii calculée par la fonction `image_integrale()` de la question précédente. Comparer avec la méthode directe vue en TP.

3. Utilisez l'image intégrale Ii pour écrire une fonction Scilab [If] = `filt_rapide(I, a, p)` qui calcule la convolution discrète de I par le filtre h_p , $p = 1, 2$ ou 3 , de taille a comme définie en 8.
4. Proposer une fonction `demo()` qui charge une image I et qui affiche I et les résultat des fonctions précédentes.

Partie rédaction

Le fichier de rédaction comportera les sections suivantes :

5. Explication du calcul de l'image intégrale Ii avec éventuellement un graphique. Le calcul du nombre d'opérations nécessaires au calcul de Ii . Donner une interprétation "continue" de Ii .
6. La comparaison du calcul de la moyenne locale par la méthode du 2 avec la méthode vue en TP.
7. On rappelle que la convolution discrète d'une image I par un masque h centré en $(0,0)$ et de taille $(2a+1, 2a+1)$ est donnée par

$$(I * h)(l, c) = \sum_{-a \leq i \leq a, -a \leq j \leq a} I(l-i, c-j)h(i, j).$$

Interprétez le calcul de la moyenne locale en termes de convolution.

8. On définit les masques suivants :

$$h_1(i, j) = \begin{cases} +1 & \text{si } -a \leq i \leq a, -a \leq j \leq -1 \\ -1 & \text{si } -a \leq i \leq a, 1 \leq j \leq a \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$h_2(i, j) = \begin{cases} +1 & \text{si } -a \leq i \leq -1, -a \leq j \leq a \\ -1 & \text{si } 1 \leq i \leq a, -a \leq j \leq a \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$h_3(i, j) = \begin{cases} +1 & \text{si } -a \leq i \leq -1, -a \leq j \leq -1 \text{ ou } 1 \leq i \leq a, 1 \leq j \leq a \\ -1 & \text{si } 1 \leq i \leq a, -a \leq j \leq -1 \text{ ou } -a \leq i \leq -1, 1 \leq j \leq a \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} .$$

Représentez ces masques sous forme de tableaux pour $a = 1$ et 2 .

Montrez que l'on peut utiliser l'image intégrale Ii pour calculer de façon efficace la convolution discrète $I * h_p$ où $p = 1, 2$ et 3 .

Interprétez le résultat de ces calculs.

9. Illustrer le rapport avec plusieurs images produits par la fonction `demo()` .
10. Pensez à rédiger, illustrer, donner de exemples, des commentaires, une introduction, . . .