

MASTER MISV 2005–2006

OPTIMISATION ET ALGORITHMIQUE

Projet SCILAB surveillé, durée 1h15

Polycopié de cours et notes de TD/TP autorisés, téléphones portables interdits.

Problème.

On s'intéresse à la minimisation de la fonctionnelle coût $f(x) = \frac{1}{2}x^t A x - b^t x$

où $x \in \mathbb{R}^2$, $b = (b_1 \ b_2)^t \in \mathbb{R}^2$ et $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}$, avec $\gamma \in \mathbb{R}_+^*$.

On veut comparer la **méthode de descente de gradient** et la **méthode de NEWTON** en fonction de la valeur de γ .

Chaque algorithme devra s'arrêter dès que la valeur courante de la fonction coût, v , sera proche à 10^{-10} près, de la valeur minimale v_{\min} .

En résultat on aura deux listes pour chaque méthode : la liste des points minimisants x_h et la liste des valeurs correspondantes v_h .

1. Interpréter γ . Que peut-on dire de l'existence et l'unicité d'un minimum de f sur \mathbb{R}^2 ? Calculer la valeur de v_{\min} et x_{\min} .
2. Écrire la fonction `objectif(x,A,b)` qui calcule $f(x)$, la fonction `gradient_obj(x,A,b)` qui calcule $\nabla f(x)$ et la fonction `pas_newton(x,A,b)` qui calcule le pas de descente pour la méthode de NEWTON.
3. Écrire la fonction `[x_h,v_h]=methode_gradient(x0)` qui effectue la minimisation grâce à la méthode de descente du gradient, avec un pas de descente optimal, le point initial est noté x_0 .
4. Écrire la fonction `[x_h,v_h]=methode_newton(x0)` qui va minimiser f grâce à la méthode de NEWTON en partant de x_0 .
Pour la suite prendre $b=[1 \ 1]'$ et $x_0=[-3 \ 0.2]'$ comme valeur initiale.
5. Pour $\gamma = 100$, comparer le comportement des deux méthodes en affichant des lignes de niveau et le trajet de la suite des points minimisants. Commentez.
6. Tracer le nombre d'itérations nécessaires pour chacune des deux méthodes en fonction de $\gamma \in [1, \dots, 100]$. Commentez.
7. Prendre une valeur différente pour x_0 et recommencez la dernière question. Commentez.

À la fin de la séance :

(1) remettre un rapport et

(2) envoyer les fichiers sources, commandes et les résultats à
`gk@math-info.univ-paris5.fr`