

MASTER MISV 2006–2007

OPTIMISATION ET ALGORITHMIQUE

Projet SCILAB surveillé, durée 1h45

Polycopié de cours et notes de TD/TP autorisés, téléphones portables interdits.

Problème

On s'intéresse à la minimisation de la fonctionnelle coût

$$f(x) = e^{2x_1+x_2-0.2} + e^{x_1-3x_2-0.2} + e^{-2x_1-0.1}.$$

que l'on écrira sous la forme $f(x) = \sum_{k=1}^p e^{a^k \cdot x + b_k}$,

où $x \in \mathbb{R}^n$, $b = (b_1 \cdots b_p)^t \in \mathcal{M}(p, 1)$ et on note A la matrice formée à partir des vecteurs $a^k \in \mathbb{R}^n$:
 $A = (a^1 a^2 \cdots a^p)^t \in \mathcal{M}(p, n)$ ($n = 2$, $p = 3$).

On va comparer **méthode de NEWTON** et la **méthode du gradient conjugué non linéaire**.

Chaque algorithme devra s'arrêter dès que la valeur courante de la fonction coût, v , sera proche à 10^{-10} près, de la valeur minimale obtenue par

`v_min=objectif(fsolve(x0,gradient_obj),A,b)` ;

En résultat on aura deux listes pour chaque méthode : la liste des points minimisants x_h et la liste des valeurs correspondantes v_h .

1. Utiliser les fonctions Scilab définies en TD : `objectif(x,A,b)` qui calcule $f(x)$; `gradient_obj(x,A,b)` qui calcule $\nabla f(x)$; `hessienne_obj(x,A,b)` qui calcule $\nabla^2 f(x)$.
2. Utiliser la fonction `[x_h,v_h]=methode_newton(x0)` qui va minimiser f grâce à la méthode de NEWTON.
3. Écrire/adapter la fonction `d_phi(s,x,A,b)` qui calcule $\phi'(s)$ où $\phi(s) = f(x+sd)$, x étant le point courant, d la direction de descente associée.
Utiliser `fsolve` pour trouver s annulant ϕ' .
Note : pour des raisons de stabilité numérique de `fsolve` minimiser pour d normalisé.
4. Écrire la fonction `[x_h,v_h]=gc_non_lin(x0,flag_beta)` qui minimise la fonction f grâce à la méthode du gradient conjugué non linéaire en utilisant β^{FR} de Fletcher-Reeves si `flag_beta=FR` et β^{PR} si `flag_beta=PR`.
5. Prendre `x0=[2 4]'`.

Comparer les performances et le comportement des trois méthodes en affichant des lignes de niveau et le trajet de la suite des points minimisants.

Tracer la précision du résultat ($-\log_{10} |v-v_{\min}|$) en fonction du nombre d'itérations pour les trois méthodes en un graphe.

Qu'est-ce que vous constatez ? Expliquez.

Recommencer avec d'autres valeurs de x_0 .

À la fin de la séance :

- (1) remettre un rapport et
- (2) envoyer les fichiers sources, commandes et les résultats à `gk@math-info.univ-paris5.fr`