

MASTER 1 INFO 2015–2016
OPTIMISATION ALGORITHMIQUE

Polycopié et notes autorisés. Durée 1h15.

Fichiers disponibles :

1. Cours, fiches de TD/TP et corrigé des TP dans le répertoire COURS_TP ;
2. dans le répertoire SCILAB le polycopié Scilab ;
3. les fichiers CC_Ex.sce et CC_Ex.sce. sont à compléter et contiennent déjà une partie de code à utiliser !

À remettre :

1. les fichier CC_Ex.sce et CC_Ex.sce. des fonctions respectivement des commandes Scilab avec votre nom en commentaire ;
2. la copie double sur laquelle vous pouvez expliquer ce que vous avez fait : calculs, formules, graphiques, problèmes rencontrés,...

Exercice

Pour $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$, on définit $f(x) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 6x_2^2 + x_1 + x_2$.

1. Calculer $\nabla f(x)$ et $H_f(x)$.
Écrire f sous la forme $f(x) = \frac{1}{2}x^t B x + g^t x + c$,
où B est une matrice symétrique $[2, 2]$, $g^t = (g_1 g_2)$ et $c \in \mathbb{R}$.
2. Déterminer la position du minimum x_{\min} et la valeur $f(x_{\min}) = v_{\min}$.
3. En choisissant comme valeurs initiales $x^{(0)}$ les points $[2 ; 2.8]$ et $[-2 ; 2]$, illustrer le comportement de convergence de la méthode de descente du gradient.
Tracer sur un même graphique les lignes de niveaux, parcours de la suite $(x^{(k)})_k$.
Commentez.
4. Utiliser la méthode de Newton pour minimiser la fonction f en utilisant $x^{(0)} = [2 ; 2.8]$.
Tracer sur le graphe précédent le parcours de la suite.
5. Comparer la vitesse de convergence des deux méthodes. Que constatez vous ?
Essayez d'expliquer les résultats observés.