

MASTER 1 INFO 2016–2017  
OPTIMISATION ALGORITHMIQUE

*Polycopié et notes autorisés. Durée 1h30.*

**Fichiers disponibles :**

1. Cours, fiches de TD/TP et corrigé des TP dans le répertoire COURS\_TP ;
2. dans le répertoire SCILAB le polycopié Scilab ;
3. les fichiers CC\_Ex1.sci, CC\_Ex1.sce, CC\_Ex2.sci et CC\_Ex2.sce sont à compléter et contiennent déjà une partie de code à utiliser.

**À remettre :**

1. les fichiers CC\_Ex1.sci, CC\_Ex1.sce, CC\_Ex2.sci et CC\_Ex2.sce des fonctions respectivement des commandes Scilab avec  votre nom en commentaire  ;
2. la copie double sur laquelle vous pouvez expliquer ce que vous avez fait : calculs, formules, graphiques, problèmes rencontrés,...

**Exercice 1**

Pour  $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$  on définit  $f(x) = (4x_1 - x_2)^2 + (4x_1 + x_2)^2 + 1$ .

1. Calculer  $\nabla f(x)$  et  $H_f(x)$ . En déduire que  $f$  peut s'écrire comme une fonction quadratique que l'on précisera.
2. Déterminer la position du minimum  $x_{\min}$  et la valeur  $f(x_{\min})=v_{\min}$ .
3. En choisissant quatre valeurs initiales distinctes  $x^{(0)}$  illustrer le comportement de convergence de la méthode de descente du gradient.  
On tracera : lignes de niveaux, parcours de la suite  $(x^{(k)})_k$ , précision du résultat, ... dans chaque cas. Commentez.
4. Illustrez de même le comportement de la méthode de Newton appliqué à la minimisation de la fonction  $f$ .  
Commentez.

**Exercice 2**

On s'intéresse à la minimisation de la fonctionnelle coût :  $f(x) = \sum_{k=1}^p e^{\langle a^k, x \rangle + b_k}$ ,

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $b = (b_1 \cdots b_p)^t \in \mathcal{M}(p, 1)$  et on note  $A$  la matrice formé à partir des vecteurs  $a^k \in \mathbb{R}^n$  :  
 $A = (a^1 a^2 \cdots a^p)^t \in \mathcal{M}(p, n)$ .

1. Vérifier dans le fichier CC\_Ex2.sci, que les fonctions objectif(), gradient\_obj() sont correctes, compléter le cas échéant.
2. Compléter les lignes d'exécution dans le fichier CC\_Ex2.sce afin de pouvoir tester et comparer les différentes méthodes implémentées dans les fonctions du fichier CC\_Ex2.sci sur l'exemple numérique proposé : lignes de niveaux, parcours de la suite  $(x^{(k)})_k$ , précision du résultat, ...  
Choisissez différentes valeurs des paramètres. Commentez les résultats.