

# Radiométrie des Images

enseignant : Joan Glaunès  
Slides écrites par Julie Delon

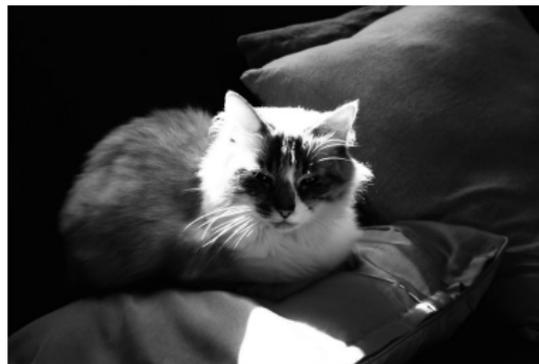
Cours de Master M2

## Changements de contraste : pourquoi ?

- ① Notre système visuel et notre perception du monde est très robuste aux changements de contraste ;

## Intensité lumineuse et vision humaine

Notre perception du contenu d'une image varie peu si l'on applique une fonction croissante à l'image (lunettes de soleil, contraste d'un écran, etc...).



## Intensité lumineuse et vision humaine

Notre perception du contenu d'une image varie peu si l'on applique une fonction croissante à l'image (lunettes de soleil, contraste d'un écran, etc...).



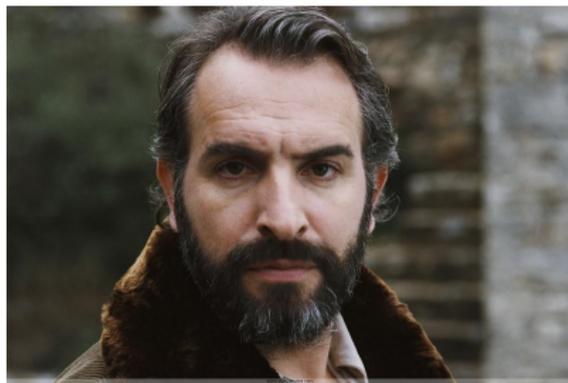
## Intensité lumineuse et vision humaine

Faux si la fonction n'est pas une fonction croissante : cas par ex du négatif d'une photo.



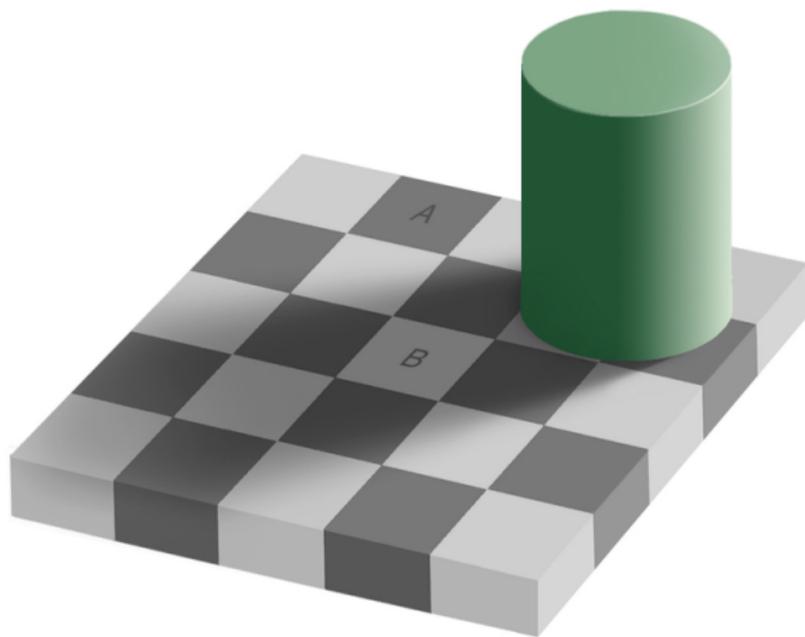
## Intensité lumineuse et vision humaine

Faux si la fonction n'est pas une fonction croissante : cas par ex du négatif d'une photo.



## Intensité lumineuse et vision humaine

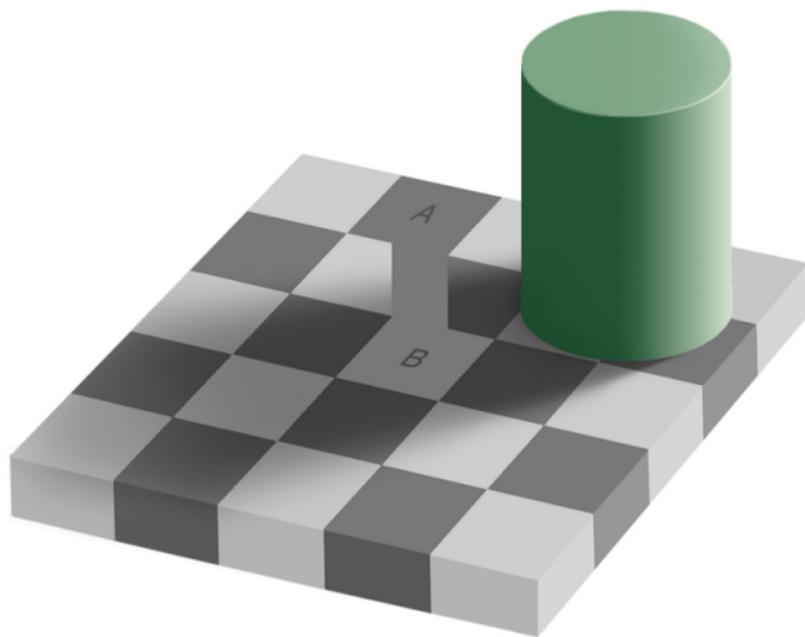
Nous sommes sensibles aux contrastes locaux, bien plus qu'aux contrastes globaux dans l'image (Kanizsa, Grammatica del Vedere, Societa Editrice il Mulino, 1997).



CheckerShadow Illusion, Edward H. Adelson

## Intensité lumineuse et vision humaine

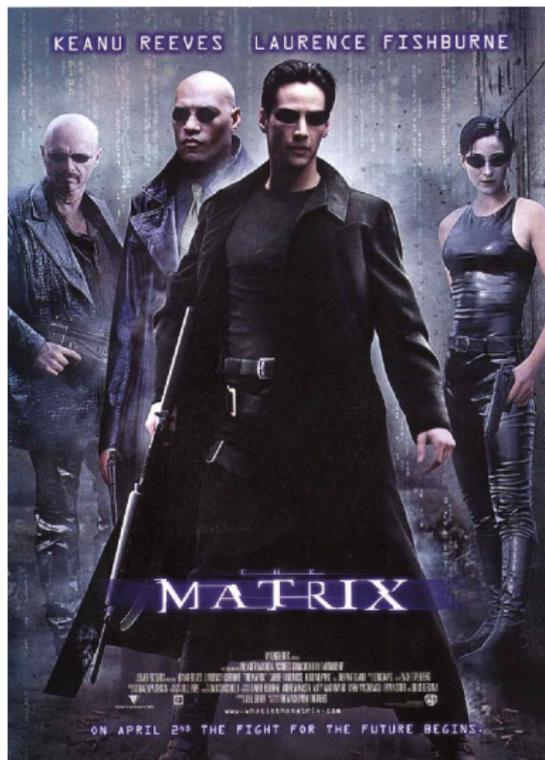
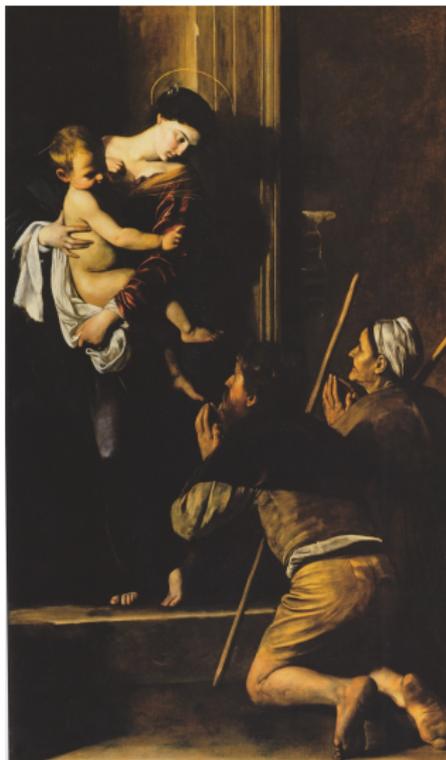
Nous sommes sensibles aux contrastes locaux, bien plus qu'aux contrastes globaux dans l'image (Kanizsa, Grammatica del Vedere, Societa Editrice il Mulino, 1997).



CheckerShadow Illusion, Edward H. Adelson

## Intensité lumineuse et vision humaine

Contraste locaux : utilisation en peinture, publicité, etc.



*La Madone des pèlerins, Le Caravage, 1603-1605 / Matrix, frères Wachowski, 1999.*

## Changements de contraste : pourquoi ?

- ① Notre système visuel et notre perception du monde est très robuste aux changements de contraste et très sensible aux contrastes locaux ;

## Changements de contraste : pourquoi ?

- ① Notre système visuel et notre perception du monde est très robuste aux changements de contraste et très sensible aux contrastes locaux ;
- ② Ce n'est pas le cas des systèmes de capture (appareil photo par ex.) et d'un certain nombre d'algorithmes de vision par ordinateur.

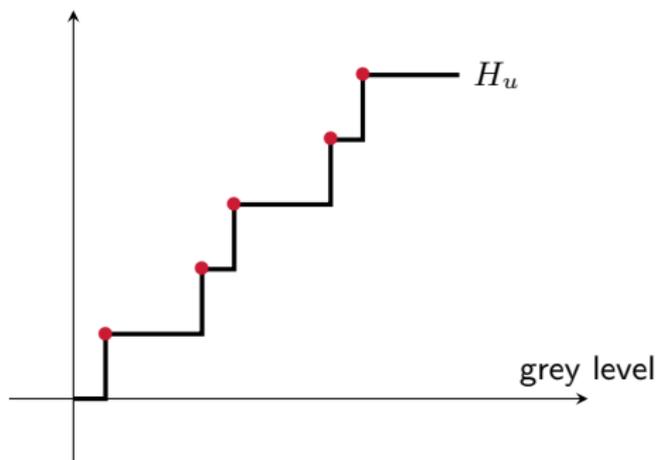
## Première partie I

### Histogrammes et changements de contraste

## Histogramme cumulé d'une image

Soit  $u$  une image discrète définie sur  $\Omega$ , l'**histogramme cumulé** de  $u$  est la fonction croissante  $H_u$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$H_u(\lambda) = \frac{1}{|\Omega|} |\{\mathbf{x} \in \Omega; u(\mathbf{x}) \leq \lambda\}|.$$



### Interprétation :

- Soit  $x \in \Omega$ , alors  $|\Omega|H_u(u(x))$  est le **rang** de  $x$  dans l'image  $u$ , lorsque les niveaux de gris de  $u$  sont ordonnés de façon croissante.

## Histogramme d'une image

Soit  $Y = \{y_0, \dots, y_{n-1}\}$ ,  $y_0 < \dots < y_{n-1}$  l'ensemble de valeurs que peut prendre  $u$  (en général, images en niveaux de gris sur 8 bits,  $Y = \{0, \dots, 255\}$ ).

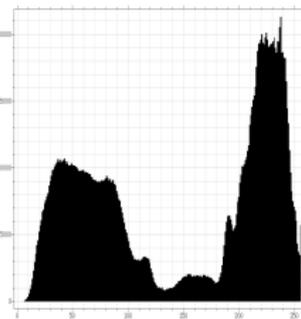
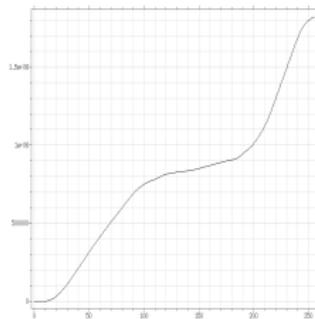
**Histogramme**  $h_u$  de  $u = DH_u =$  dérivée de  $H_u$  au sens des distributions.

$$h_u = \sum_{i=0}^{n-1} h_i \delta_{y_i}, \quad \text{où } h_i = \frac{1}{|\Omega|} |\{\mathbf{x} \in \Omega; u(\mathbf{x}) = y_i\}|.$$

Remarques :

- $h_u$  peut être vu comme une distribution de probabilité sur  $\mathbb{R}$ .
- Aux effets de discrétisation près,  $h_u$  est invariant aux transformations géométriques de type similitude sur l'image.

## Histogramme d'une image



Ici  $Y = \{y_0, \dots, y_{n-1}\} = \{0, \dots, 255\}$  (image sur 8 bits).

## Changement de contraste

On appelle **changement de contraste** une fonction  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  croissante. Ce changement de contraste transforme l'image  $u$  en  $g(u)$  (opération non linéaire en général, globale sur l'image).

Si  $u$  est à valeur dans  $\{y_0, \dots, y_{n-1}\}$ ,  $g(u)$  est à valeurs dans  $\{g(y_0), \dots, g(y_{n-1})\}$  et

$$h_{g(u)} = \sum_{i=0}^{n-1} h_i \delta_{g(y_i)}$$

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, H_{g(u)}(\lambda) =$$

## Changement de contraste

On appelle **changement de contraste** une fonction  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  croissante. Ce changement de contraste transforme l'image  $u$  en  $g(u)$  (opération non linéaire en général, globale sur l'image).

Si  $u$  est à valeur dans  $\{y_0, \dots, y_{n-1}\}$ ,  $g(u)$  est à valeurs dans  $\{g(y_0), \dots, g(y_{n-1})\}$  et

$$h_{g(u)} = \sum_{i=0}^{n-1} h_i \delta_{g(y_i)}$$

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, \quad H_{g(u)}(\lambda) = H_u \left[ \underbrace{\max_{g(y_j) \leq \lambda} y_j}_{\text{pseudo-inverse discret de } g} \right].$$

## Changement de contraste

En particulier, si  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est un **changement de contraste strictement croissant**,

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega, H_{g(u)}(g \circ u(\mathbf{x})) = H_u(u(\mathbf{x})).$$

- si  $g$  est continue et strictement croissante, elle est inversible et

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, H_{g(u)}(\lambda) = H_u \circ g^{-1}(\lambda).$$

- si  $g$  n'est pas strictement croissante, il peut y avoir **perte d'information** (plusieurs  $g(y_i)$  pouvant être égaux).

## Spécification d'histogramme

**But** : Soient une **image**  $u$  et une **distribution** de probabilité  $\mu$ , on cherche un changement de contraste  $g$  tel que

$h_{g(u)}$  soit *le plus proche possible* de  $\mu$ .

**Problème** : que signifie « *le plus proche possible* » ?

## Spécification d'histogramme

**But** : Soient une **image**  $u$  et une **distribution** de probabilité  $\mu$ , on cherche un changement de contraste  $g$  tel que

$h_{g(u)}$  soit *le plus proche possible* de  $\mu$ .

**Problème** : que signifie « *le plus proche possible* » ?

- Si l'on souhaite que  $H_{g(u)}$  et  $F_\mu$  coïncident sur les valeurs prises par l'image  $g(u)$ , et que  $F_\mu$  est strictement croissante, une solution possible est de choisir

$$g = F_\mu^{[-1]} \circ H_u.$$

C'est la solution généralement préconisée dans la littérature de traitement des images.

## Spécification d'histogramme

**But** : Soient une **image**  $u$  et une **distribution** de probabilité  $\mu$ , on cherche un changement de contraste  $g$  tel que

$h_{g(u)}$  soit le plus proche possible de  $\mu$ .

**Problème** : que signifie « le plus proche possible » ?

- (*hors programme*) Si on l'interprète au sens de la distance  $L^2$  entre les fonctions de répartition  $H_{g(u)}$  et  $F_\mu$ , et que  $F_\mu$  est strictement croissante, la solution est donnée par

$$g(y_i) = F_\mu^{-1} \circ \left( \frac{H_u[y_i] + H_u[y_{i-1}]}{2} \right).$$

**Remarque** : le résultat reste vrai si l'on remplace la distance  $L^2$  par n'importe quel  $\int C(|H_{g(u)} - F_\mu|)$  avec  $C : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  telle que  $C(0) = 0$  et  $C(1) = 1$ .

## Spécification d'histogramme

**But** : Soient une **image**  $u$  et une **distribution** de probabilité  $\mu$ , on cherche un changement de contraste  $g$  tel que

$h_{g(u)}$  soit le plus proche possible de  $\mu$ .

**Problème** : que signifie « le plus proche possible » ?

- (hors programme) Si on l'interprète au sens du *transport optimal pour un coût quadratique* entre les distributions  $\mu$  et  $h_{g(u)}$ , cela revient à chercher  $g$  qui minimise

$$\int_0^1 |H_{g(u)}^{-1}(t) - F_{\mu}^{-1}(t)|^2 dt,$$

où  $F_{\mu}$  est la fonction de répartition de  $\mu$ . La solution est donnée par

$$g(y_i) = \frac{1}{h_i} \int_{H_u[y_i]}^{H_u[y_{i+1}]} F_{\mu}^{-1}(t) dt.$$

- Les valeurs de  $g$  en dehors de  $\{y_1, \dots, y_{n-1}\}$  n'ont pas d'incidence sur le résultat.

Comment faire en pratique ?

## Cas particulier : égalisation d'histogramme

Lorsque la distribution à atteindre  $\mu$  est une distribution uniforme sur la dynamique de  $u$ , on parle d'**égalité d'histogramme**.

Consiste à appliquer à  $u$  le changement de contraste  $g = H_u$ .

**Proposition :** On a  $H_{H_u \circ u}(\lambda) \leq \lambda$  pour tout  $\lambda$ , avec égalité aux valeurs  $H_u(y_i)$ .

L'histogramme de  $H_u \circ u$  est donc proche d'un histogramme constant, au sens où une convolution avec un petit noyau gaussien le rend quasiment constant.

**A rapprocher du résultat classique en probabilités :** si  $F$  est continue et que  $X$  est une v.a. suivant la loi  $F(dx)$ , alors  $F(X)$  a une loi uniforme sur  $[0, 1]$ .

## Exemple d'égalisation d'histogramme

dark image



dark image equalized



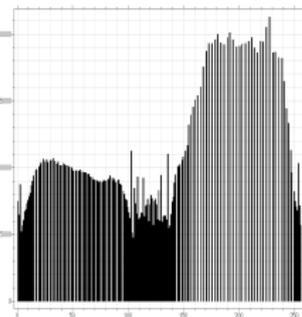
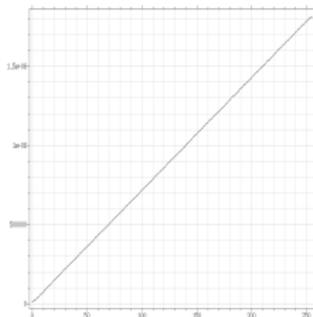
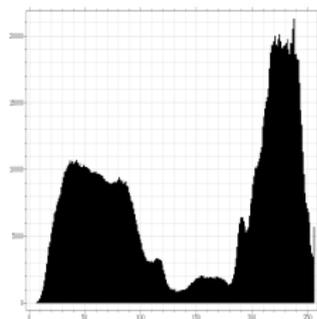
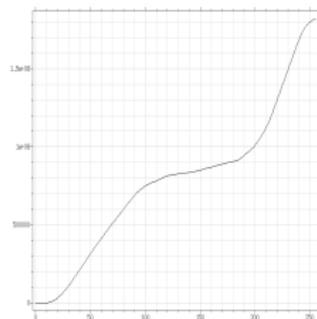
bright image



bright image equalized



## Exemple d'égalisation d'histogramme



## Perte d'information

Avant égalisation :



Après égalisation :



## Augmentation du bruit de quantification



## Augmentation du bruit de quantification



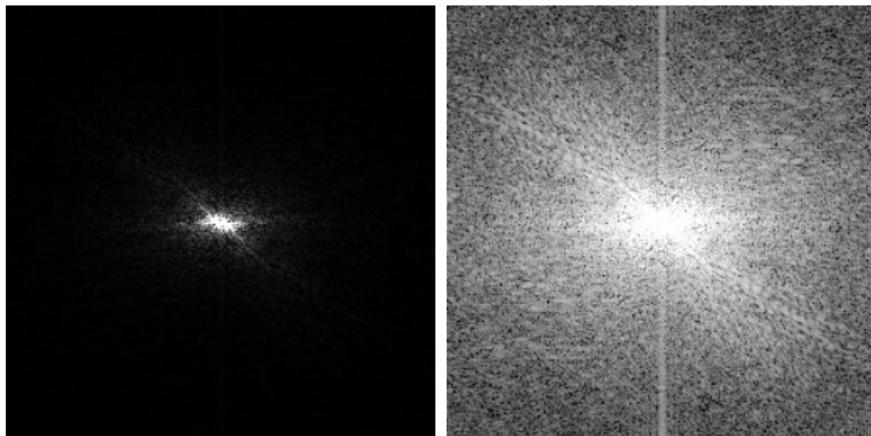
# Transformations d'histogrammes simples

- "Contrast Stretching" : transformation linéaire de la dynamique. Utile pour images sur 12 bits n'utilisant qu'une partie de leur dynamique (ex : images satellitaires).
- **Seuillage** :  $u$  devient binaire. Utile si l'on sait que l'image d'origine était binaire (texte scanné), ou pour appliquer des transformations géométriques à l'image *via* ses ensembles de niveau.
- **Négatif** : utile pour images médicales (zones lumineuses = zones les moins denses).
- **Echelle logarithmique** : utile si l'image possède une dynamique très étalée. Ex : image d'une transformée de Fourier, images mal calibrées, etc...

## Modifications locales du contraste

- *adaptive histogram equalization* : égalisation par blocs [Plzer et al. 1987] ;
- shape preserving local histogram modification, augmentation du contraste préservant la géométrie de l'image [Caselles et al, 1999].

## Utilité de l'échelle logarithmique



## Correction Gamma

hors programme

Affichage **non linéaire** des moniteurs **CRT** (écrans cathodiques)

$$I = V^\gamma, \quad \text{avec } \gamma \simeq 2.5.$$

↔ inhérent à la technologie CRT, reproduit dans les écrans LCD.

**Conséquence** : les images apparaissent plus sombres qu'elles ne le sont réellement.



## Correction Gamma

hors programme

Affichage **non linéaire** des moniteurs **CRT** (écrans cathodiques)

$$I = V^\gamma, \quad \text{avec } \gamma \simeq 2.5.$$

↔ inhérent à la technologie CRT, reproduit dans les écrans LCD.

**Conséquence** : les images apparaissent plus sombres qu'elles ne le sont réellement.



## Correction Gamma

hors programme

**Correction à la prise de vue** : les appareils de prise de vue (appareils photos, scanners) effectuent une correction destinée à compenser cette non-linéarité.

$$V_{corrige} = V_{reel}^{\frac{1}{\gamma}}$$

Matrices CCD linéaires → correction Gamma du signal  $1/2.5 = 0.4$  puis quantification uniforme.

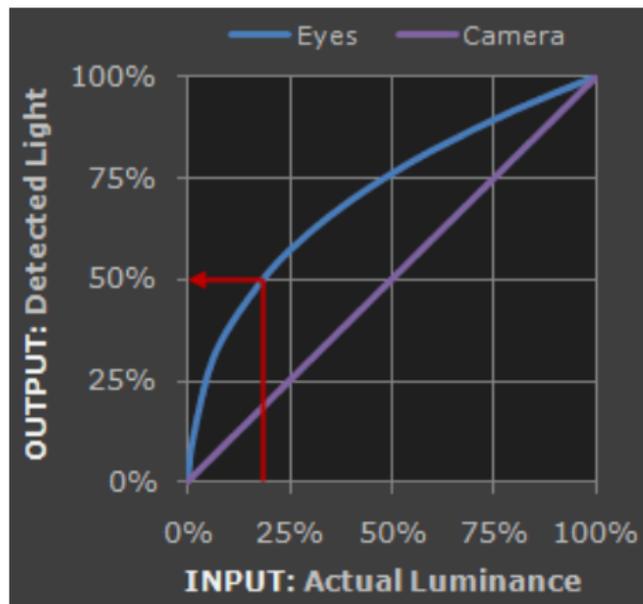
Permet à la fois de :

- 1 compenser la non-linéarité des écrans CRT
- 2 optimiser l'encodage des niveaux de gris pour qu'il corresponde mieux à la perception humaine !

## Correction Gamma

hors programme

Perception visuelle humaine : lumière perçue fonction non linéaire de la luminance reçue.



## Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit  $b$  à la variable aléatoire  $u$ ,  $u_b = u + b$ .  
 $u + b$  variable aléatoire de densité  $h_u * h_b$ .

- $b$  bruit Gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2) \rightarrow$
- $b$  bruit uniforme  $\rightarrow$

**Bruit impulsionnel** :

## Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit  $b$  à la variable aléatoire  $u$ ,  $u_b = u + b$ .  
 $u + b$  variable aléatoire de densité  $h_u * h_b$ .

- $b$  bruit Gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$   $\rightarrow$  histogramme convolué avec une gaussienne centrée d'écart-type  $\sigma$ .
- $b$  bruit uniforme  $\rightarrow$

**Bruit impulsionnel** :

## Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit  $b$  à la variable aléatoire  $u$ ,  $u_b = u + b$ .  
 $u + b$  variable aléatoire de densité  $h_u * h_b$ .

- $b$  bruit Gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$   $\rightarrow$  histogramme convolué avec une gaussienne centrée d'écart-type  $\sigma$ .
- $b$  bruit uniforme  $\rightarrow$  histogramme convolué avec une fonction porte.

**Bruit impulsionnel** :

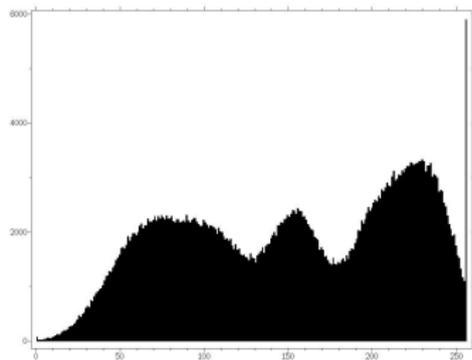
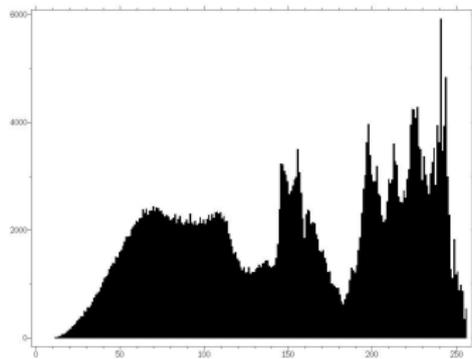
## Effet sur l'histogramme de l'ajout de bruit sur l'image

**Bruit additif** : ajout d'un bruit  $b$  à la variable aléatoire  $u$ ,  $u_b = u + b$ .  
 $u + b$  variable aléatoire de densité  $h_u * h_b$ .

- $b$  bruit Gaussien  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$   $\rightarrow$  histogramme convolué avec une gaussienne centrée d'écart-type  $\sigma$ .
- $b$  bruit uniforme  $\rightarrow$  histogramme convolué avec une fonction porte.

**Bruit impulsif** :  $u_b = (1 - X)u + XY$  où  $X$  suit une loi de Bernouilli de paramètre  $\theta$  et  $Y$  une loi uniforme sur  $\{0, \dots, 255\}$ .  
 $\Rightarrow u_b$  variable aléatoire de densité  $\frac{1}{256}\theta + (1 - \theta)h_u$ .

## Exemple avec un bruit Gaussien ( $\sigma = 10$ )



# Carte topographique

hors programme

Représentation d'images introduite par Caselles *et al* à la fin des années 90.  
Manière élégante de représenter complètement l'information géométrique d'une image tout en restant indépendant de son contraste.

Vicent Caselles and Bartomeu Coll and Jean-Michel Morel, *Topographic Maps and Local Contrast Changes in Natural Images*, *Int. J. Comput. Vision*, vol.33, no 1, 1999.

Les ensembles de niveau supérieur de  $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  sont les ensembles

$$\chi_\lambda(u) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2; u(\mathbf{x}) \geq \lambda\},$$

où  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Les ensembles de niveau inférieurs  $\chi^\mu(u)$  sont définis de la même manière en inversant l'inégalité.



## Carte topographique - propriétés

hors programme

- Si  $g$  est strictement croissante,

$$\chi_{g(\lambda)}(g \circ u) = \chi_{\lambda}(u)$$

⇒ les ensembles de niveau ne dépendent pas du contraste global de l'image.

- $u$  peut être totalement reconstruite à partir de ses ensembles de niveau (principe de superposition),

$$\forall x \in \Omega, u(x) = \sup\{\lambda \mid x \in \chi_{\lambda}(u)\}.$$

L'ensemble des composantes connexes des ensembles de niveau supérieur (resp. inférieur) a une structure d'arbre. Ces deux arbres peuvent être fusionnés en un unique "arbre des formes".

Les "formes" sont des composantes connexes dont on a bouché les trous. Si  $u$  est suffisamment régulière, on peut définir ses lignes de niveau comme les composantes connexes des bords topologiques de ces formes.

# Carte topographique

hors programme



Deux images ayant le même contenu géométrique (l'image de droite a été obtenue en appliquant un changement de contraste à celle de gauche). A droite, quelques lignes de niveau de ces images. Les petites différences sont dues à des problèmes de quantification.

## Carte topographique

hors programme

On peut introduire des opérateurs  $T : \mathbb{R}^\Omega \rightarrow \mathbb{R}^\Omega$  tels que

$$T(g \circ u) = g \circ T(u), \quad \text{pour toute fonction } g \text{ croissante.}$$

De tels opérateurs agissent en réalité sur les **ensembles de niveau** de l'image :  
point de vue de la morphologie mathématique.

## Deuxième partie II

### Comparaison et interpolation d'histogrammes

## Comparaison d'images



*Copyright* : Lionel Moisan.

## Comparaison d'images



*Copyright* : Lionel Moisan.

# Comparaison d'images



-



=



## Comparaison d'images



## Comparaison d'images



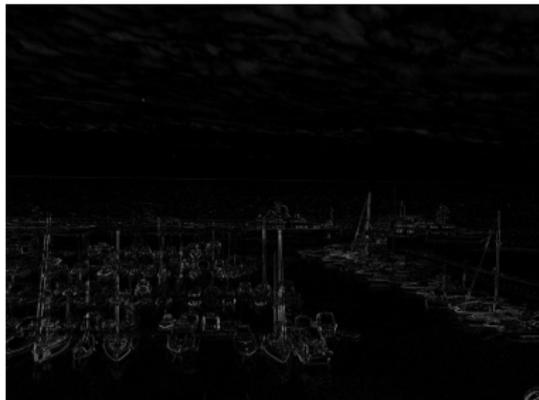
# Comparaison d'images



-



=



## Comparaison du contenu de deux images

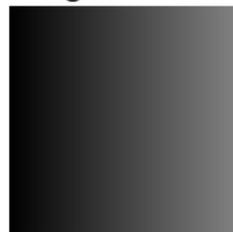
**Correction ou transformation** de la radiométrie ou la palette de couleurs d'une image (ou d'un ensemble d'images).

- radiométrie ou palette de couleurs commune à  $N$  images ;
- correction du flicker dans les films ;
- spécification d'images en couleurs : corriger les dégradations de couleurs, effet "jour pour nuit" au cinéma, etc...

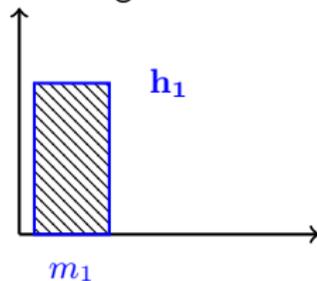
Nécessité d'une **notion de distance** et d'une **notion d'interpolation** entre distributions de niveaux de gris / de couleurs.

## Quelle interpolation entre deux histogrammes 1D ?

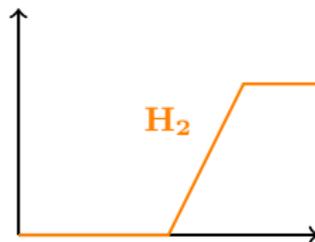
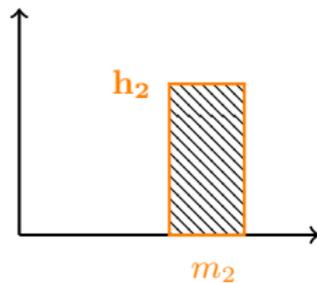
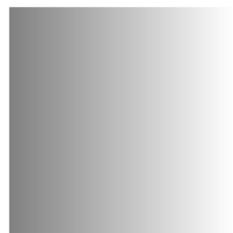
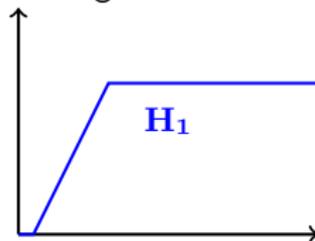
Image



Histogramme



Histogramme cumulé

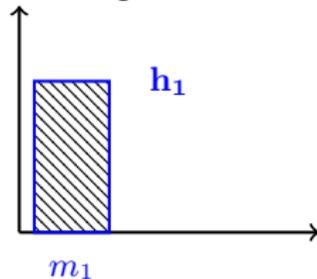


## Quelle interpolation entre deux histogrammes 1D ?

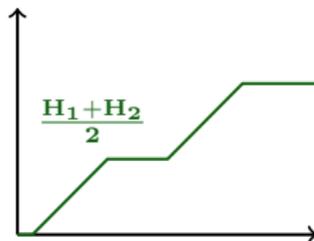
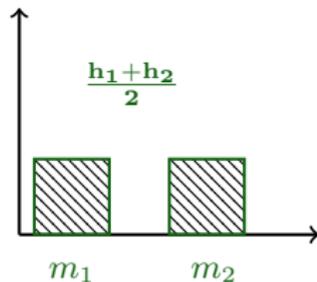
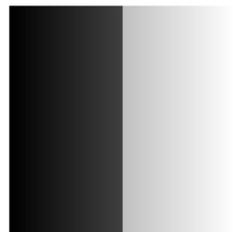
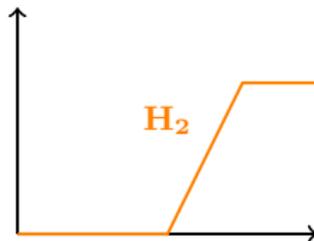
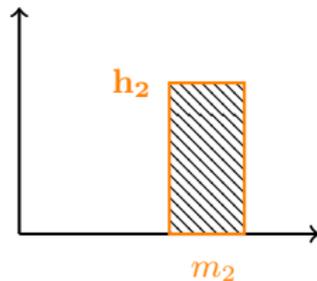
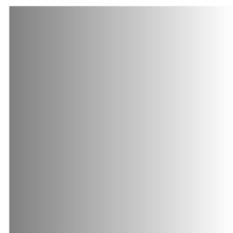
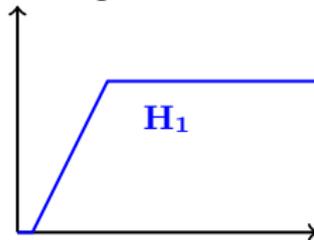
Image



Histogramme

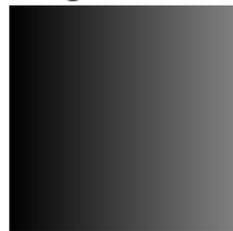


Histogramme cumulé

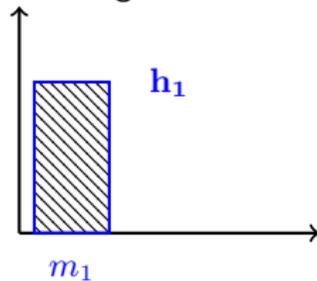


## Quelle interpolation entre deux histogrammes 1D ?

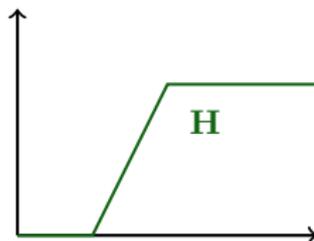
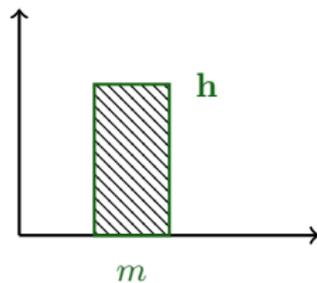
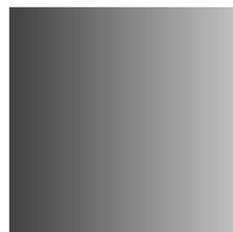
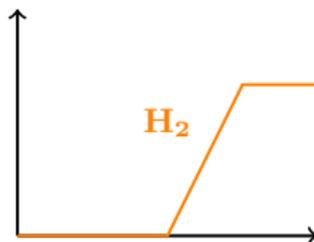
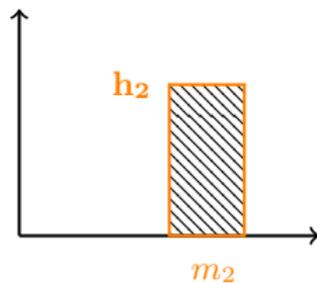
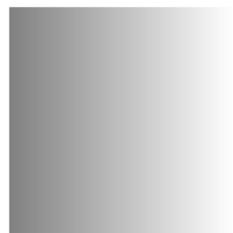
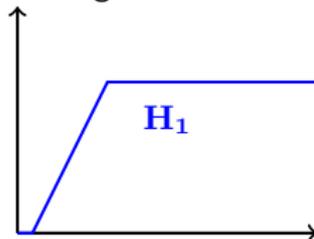
Image



Histogramme



Histogramme cumulé



## Midway

**Histogramme Midway [Delon, 2004]** entre  $h_u$  et  $h_v$  (barycentre de Kantorovich).

$$H_{midway} = \left( \frac{H_u^{-1} + H_v^{-1}}{2} \right)^{-1}.$$



$u$



$v$

L'égalisation *midway* consiste à appliquer à  $u$  et  $v$  les changements de contraste

$$g_u = H_{midway}^{[-1]} \circ H_u = \frac{1}{2} (Id + H_v^{[-1]} \circ H_u) \quad \text{et} \quad g_v = \frac{1}{2} (Id + H_u^{[-1]} \circ H_v). \quad (1)$$

→ les images  $g_u(u)$  et  $g_v(v)$  ont des distributions quasi identiques, très proches de  $h_{midway}$ .

## Midway

**Histogramme Midway** [Delon, 2004] entre  $h_u$  et  $h_v$  (barycentre de Kantorovich).

$$H_{midway} = \left( \frac{H_u^{-1} + H_v^{-1}}{2} \right)^{-1}.$$



$u$



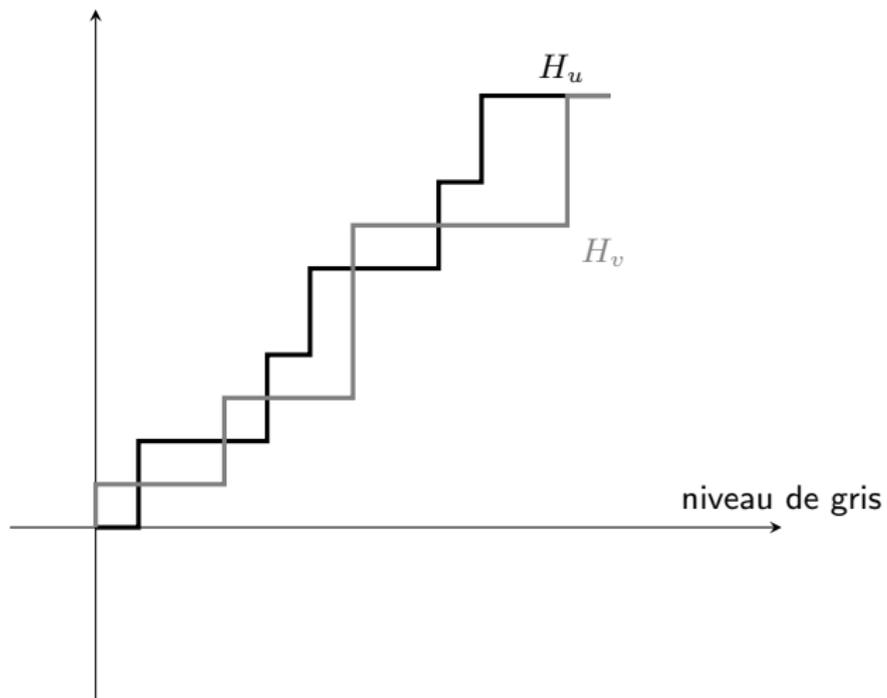
$v$

L'**égalité** *midway* consiste à appliquer à  $u$  et  $v$  les changements de contraste

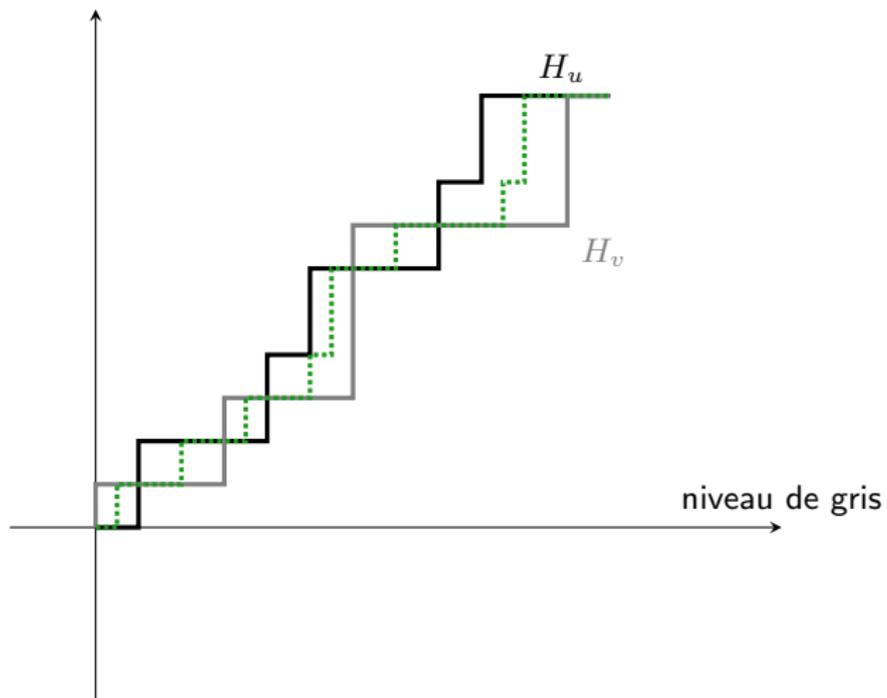
$$g_u = H_{midway}^{[-1]} \circ H_u = \frac{1}{2}(Id + H_v^{[-1]} \circ H_u) \quad \text{et} \quad g_v = \frac{1}{2}(Id + H_u^{[-1]} \circ H_v). \quad (1)$$

→ les images  $g_u(u)$  et  $g_v(v)$  ont des distributions quasi identiques, très proches de  $h_{midway}$ .

# Midway



# Midway



## Action sur les ensembles de niveau

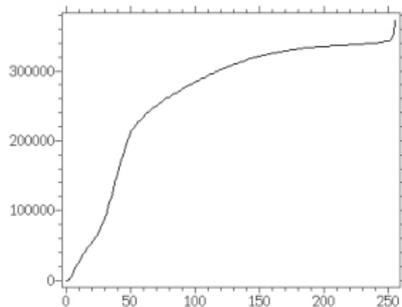
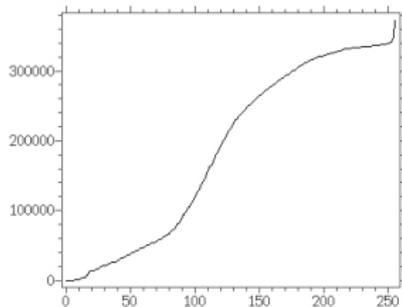
**Action sur les ensembles de niveau** : les niveaux de gris de même rang dans les deux images sont moyennés entre eux.



Ensembles de niveaux de gris médians dans les deux images (niveau de gris 71 dans la première image, et 155 dans la deuxième).

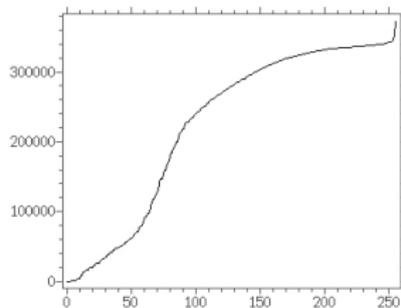
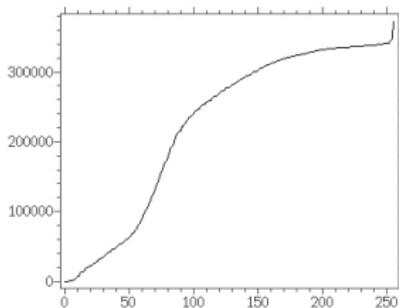
# Exemples

Avant égalisation mi-chemin



# Exemples

Après égalisation mi-chemin



## Exemples

Avant égalisation mi-chemin



## Exemples

Avant égalisation mi-chemin



## Exemples

Après égalisation mi-chemin



## Exemples

Après égalisation mi-chemin



# Exemples

Avant égalisation mi-chemin



# Exemples

Avant égalisation mi-chemin



# Exemples

Après égalisation mi-chemin



# Exemples

Après égalisation mi-chemin



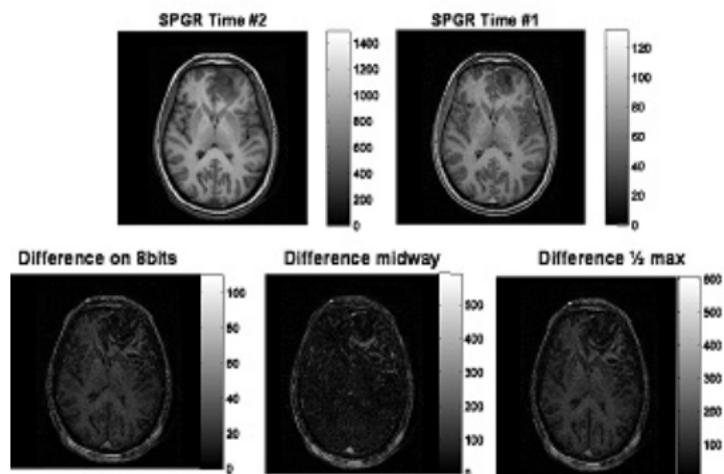
## Application en imagerie satellitaire



# Application en imagerie satellitaire



# Application en imagerie médicale



<http://www.ipol.im/pub/art/2016/140/>



## Implementation of the Midway Image Equalization

[article](#) [demo](#) [archive](#)

Please cite the reference article if you publish results obtained with this online demo.

Please select or upload the image pair to register.

### Select Data

Click on an image to use it as the algorithm input.



## Réduction du flicker

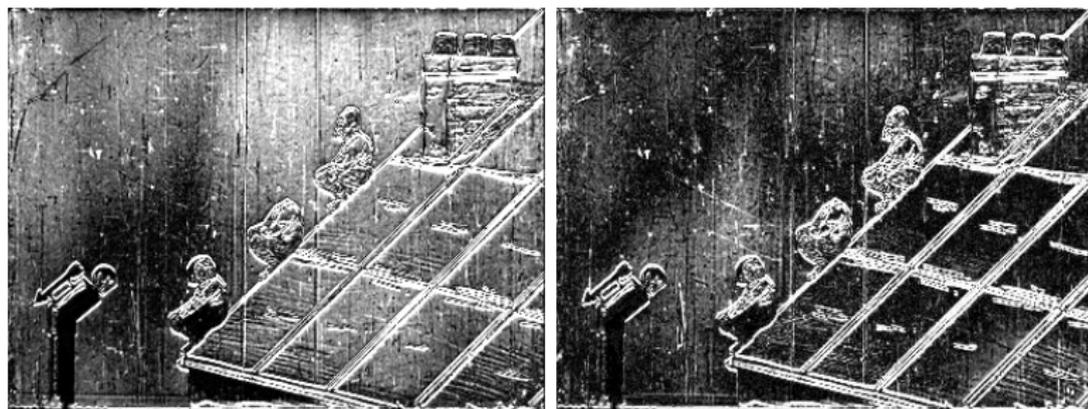
# Réduction du flicker

hors programme

Correction globale [Delon, 2006]

$$\text{STE}[u_t](x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int e^{-(t-s)^2/2\sigma^2} H_s^{-1} \circ \underbrace{H_t(u_t(x))}_{\text{rang de } x \text{ dans } u_t} ds.$$

niveau de gris du pixel ayant le même rang dans  $u_s$



Correction globale pas toujours suffisante !

## Flicker local : Invisible sur une image fixe



## Flicker local : Invisible sur une image fixe



## Flicker local : Invisible sur une image fixe



# Interprétation

hors programme

**Remarque** : soit  $k$  un entier, alors les ensembles  $\{\mathbf{x}, u_t(\mathbf{x}) = H_t^{-1}(k)\}$  correspondent aux “mêmes objets” quand  $t$  varie → **action sur les ensembles de niveau.**



$H_{u_t}^{-1}(0.5|\Omega|) = 73$  (1<sup>ere</sup> image), 40 (2<sup>e</sup> image), 48 (3<sup>e</sup>) et 65 (4<sup>e</sup>).

## Réduction du flicker

### hors programme

- $u_t(\Lambda_x)$  patch centré en  $x$ , et  $H_{t,\Lambda_x}$  l'histogramme cumulé de ce patch,
- Estimation du mouvement :  $\varphi_{t,s}(x) = \text{Argmin}_y D(u_t(\Lambda_x), u_s(\Lambda_y))$ , où  $D$  est à la fois discriminante et robuste aux changements de contraste (compromis).

### Correction locale [Delon, Desolneux, 2010]

$$\text{LStab}[u_t](x) = \frac{1}{Z_{t,x}} \int_s e^{-(t-s)^2/2\sigma^2} w_{t,x}(s, \varphi_{t,s}(x)) \underbrace{H_{s,\Lambda_{\varphi_{t,s}(x)}}^{-1} \left( \underbrace{H_{t,\Lambda_x}(u_t(x))}_{\text{rang de } x \text{ dans } u_t(\Lambda_x)} \right)}_{\text{niveau de gris ayant le même rang dans } u_s(\Lambda_{\varphi_{t,s}(x)})} ds,$$

où

- $w_{t,x}(s, y) = e^{-D^2(u_t(\Lambda_x), u_s(\Lambda_y))/h^2}$ ,  $h$  un paramètre,
- $Z_{t,x}$  un facteur de normalisation.

## Réduction du flicker

Avant restauration

Après restauration

## Troisième partie III

### Dynamique et quantification des images numériques

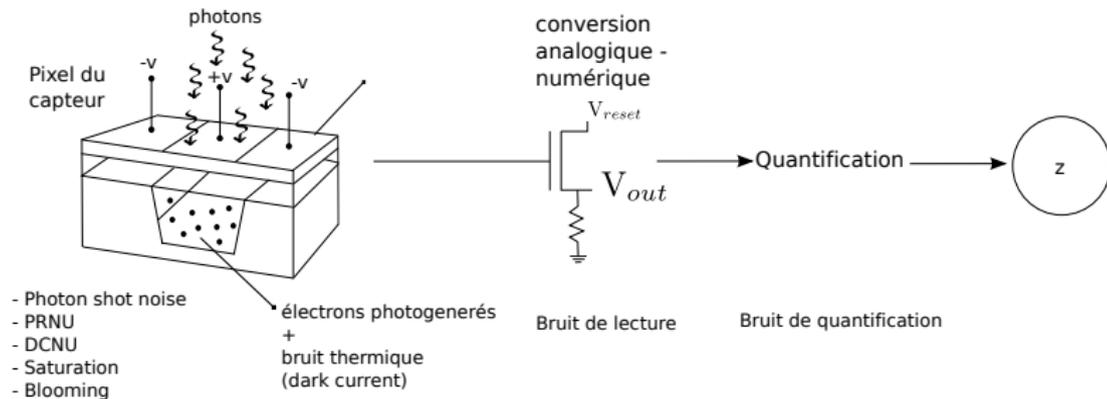
## Plage dynamique et mécanisme d'adaptation

Le système visuel humain s'adapte à une grande plage de niveaux d'illumination.

condition	illumination en $cd/m^2$
étoile	$10^{-3}$
lune	$10^{-1}$
lumière artificielle	$10^2$
feuille blanche sous le soleil	$10^4$
soleil midi	$10^{10}$

- **Système visuel humain** : capacité d'adaptation d'environ 10 ordres de grandeur (5 à l'intérieur d'une même scène).
- **Capteurs numériques** : 4 ordres de grandeur pour les meilleurs capteurs (plutôt 3 sinon).
- **Ecrans** : 2 ou 3 ordres de grandeur.

# Dynamique des images numériques



Copyright : Cecilia Aguerrebere.

## Dynamique des images numériques

Photo d'une scène contenant une forte dynamique d'intensité.



La dynamique de la photographie est limitée → perte de détails dans les zones claires et/ou sombres.

# Dynamique des images numériques

## En photographie numérique

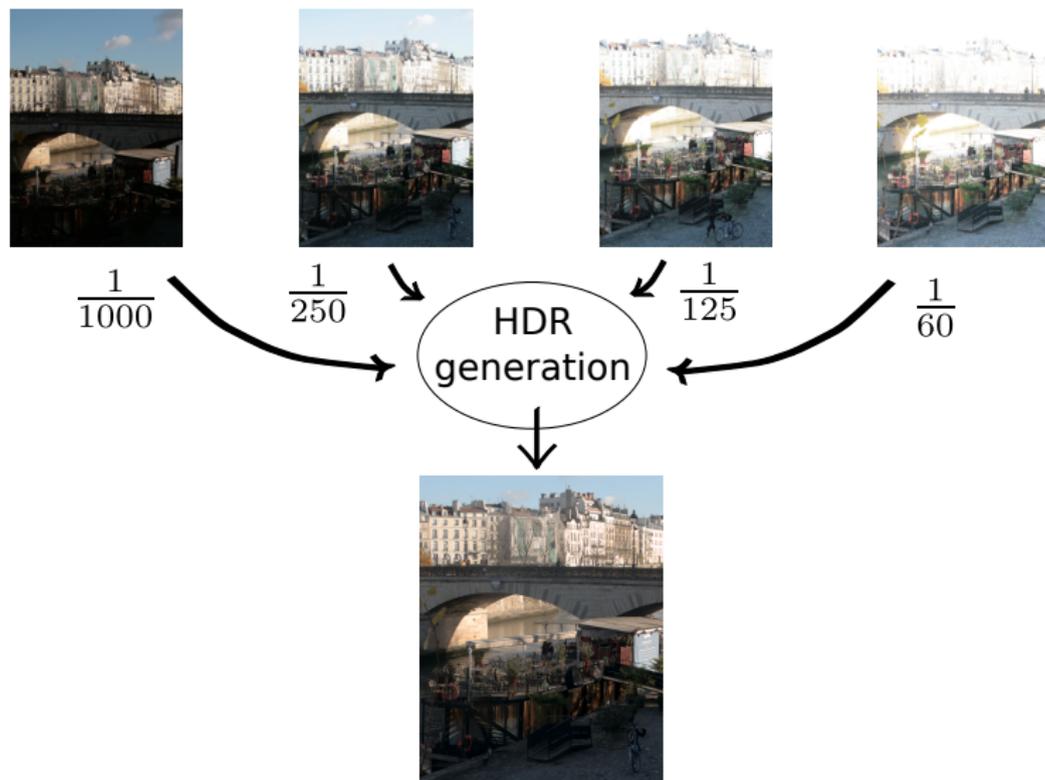
Miniaturisation des capteurs (smartphones, robotique) (1 milliard de photophones en 2012!) ⇒ Perte de qualité (bruit et dynamique)

Solution : fusion automatique d'images prises en rafale [Sony, Canon, Olympus...]

- 1 dynamique (fonction HDR) ;
- 2 débruitage (*burst denoising*) en basse lumière ; anti-flou de mouvement ;
- 3 panoramas.

Bons résultats uniquement dans des cas contraints (très peu de mouvement).

## Création d'images HDR



génération HDR  $\neq$  visualisation HDR (tone mapping)

## High Dynamic Range Imaging



Gustave Le Gray, 1850. Combinaison de deux négatifs.

## Quelques exemples d'images HDR



# Un problème d'estimation

hors programme

On suppose les images recalées (scène statique).

## Pour chaque pixel

- **Entrée** :  $z_1, \dots, z_N$  valeurs observées pour différents temps d'exposition  $\tau_1, \dots, \tau_N$ .
- **Sortie** : irradiance  $I \simeq$  nombre moyen de photons qui atteignent le pixel par unité de temps

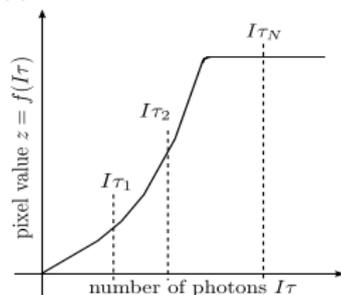
Chaque  $z_k$  vue comme la réalisation d'une variable aléatoire  $Z_k$  dont on connaît la loi :

$$Z_k = f(a\mathcal{P}(I\tau_k) + \mathcal{N}(\mu_R, \sigma_R^2))$$

## hors programme

- Irradiance estimée comme une moyenne pondérée

$$\hat{I} = \sum_j w(z_j) \frac{f^{-1}(z_j)}{\tau_j}, \quad \text{avec}$$
$$\sum_j w(z_j) = 1.$$



- *Exposure bracketing* proposé pour la première fois par [Mann & Picard, 1995].
- Différents schémas de pondération proposés dans la littérature.

Gradient based [Mann & Picard, 1995]

Fonction chapeau [Debevec & Malik, 1997]

Snr based [Mitsunaga & Nayar, 1999]

Snr-Hat [Reinhard et al., 2005]

Variance based [Robertson et al., 1999],[Kirk & Andersen, 2006],  
Granados et al.[2010], [Hasinoff et al., 2010], [Aguerreberre  
et al. 2012].

hors programme

On travaille avec des images RAW : réponse  $f$  linéaire avant saturation

**Modèle de bruit** (avant saturation)

$$Z_k \sim \mathcal{N}( aI\tau_k + \mu_R, \quad a^2I\tau_k + \sigma_R^2 )$$

**Borne de Cramer-Rao pour la variance des estimateurs non biaisés**

$$\text{variance}(\text{estimateur non biaisé de } I) \geq \text{crlb},$$

où

$$\frac{1}{\text{crlb}} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \frac{a^2 \tau_j^2}{(a^2 I \tau_j + \sigma_R)^2} (2(a^2 I \tau_j + \sigma_R) + a^2)$$

hors programme

**Proposition** *Aucun estimateur efficace n'existe pour le problème précédent.*

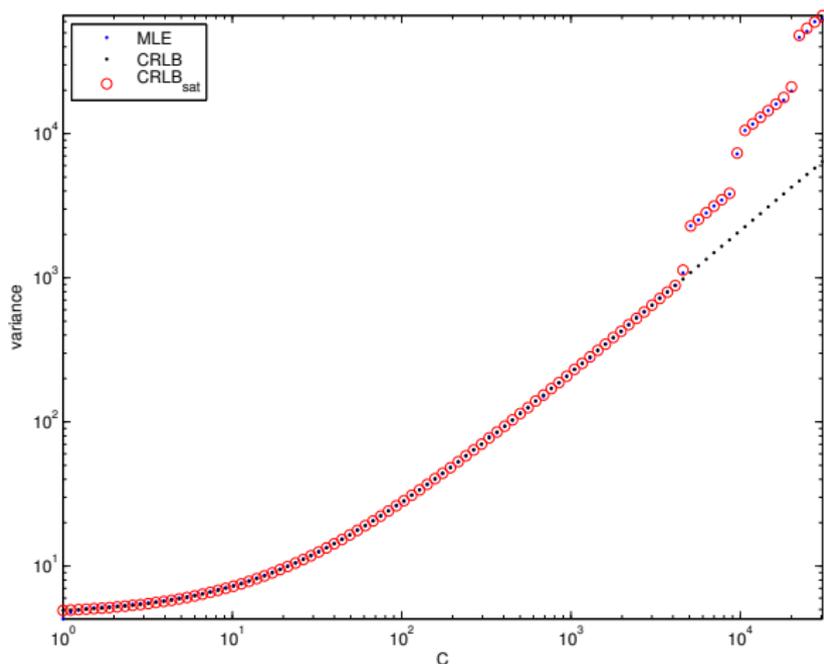
On montre que

- la variance du MLE (maximum de vraisemblance) atteint numériquement la borne de Cramer-Rao ;
- le biais de cet estimateur est négligeable.

# Etude de performance

hors programme

Analyse expérimentale



Echantillon synthétique, 4 temps d'exposition

( $\tau = [2.6, 1.3, 1/1.7, 1/3.1, 1/6.2]$ s).

Camera simulée : Canon 7D ( $a = 0.86, \mu_R = 2046, \sigma_R^2 = 31.6, v_{sat} = 14042$ ).

## Exemple - création HDR - log tone mapping



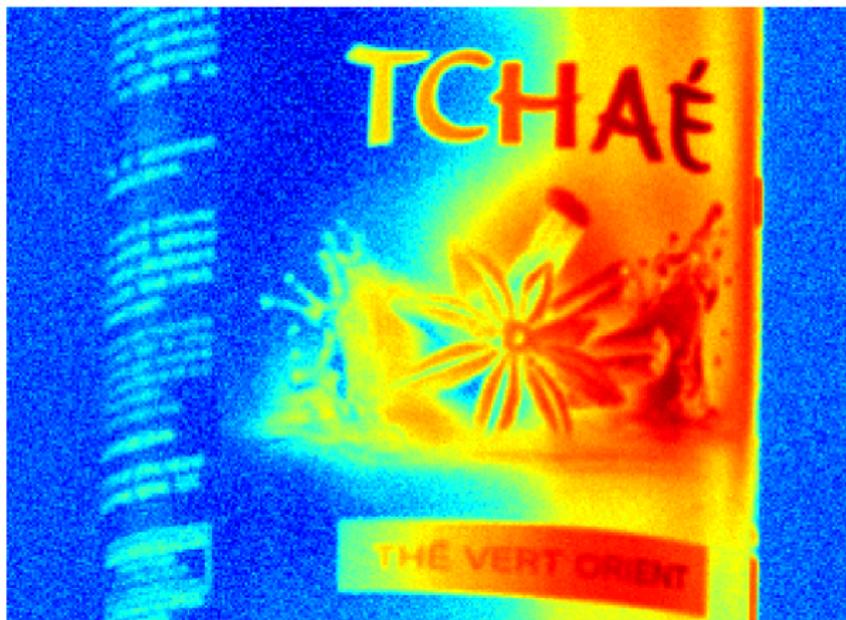
Vérité terrain

## Exemple - création HDR - log tone mapping



Maximum Likelihood

Exemple - création HDR - log tone mapping



Mann - Picard, 1995

# Cas dynamique

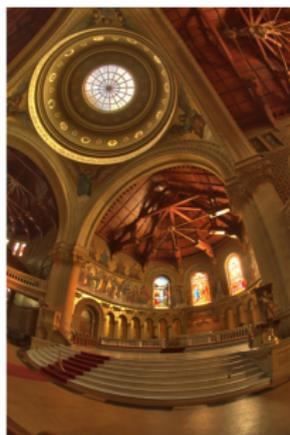
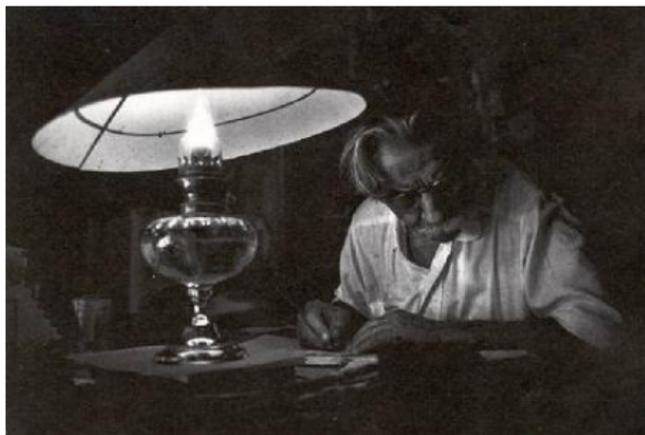
Comment fait-on dans les cas réels ?

- Mouvement de l'appareil photo
- Mouvement des objets dans la scène.



## Tone Mapping

Photographie argentique : technique *Dodging and Burning* (sur-exposer ou sous-exposer certaines zones d'un négatif pendant son développement pour améliorer le rendu final).



Schweitzer at the Lamp, W. Eugene Smith, 1954 / Stanford Memorial Church, Durand-Dorsey, 2002

*Tone Mapping* aujourd'hui = Rendu d'une image HDR numérique sur 24 bits (8 bits par composante de couleur).

- **Global** : réduction de contraste (non linéaire)
- **Local** : décomposition de l'image en base + détails, réduction de contraste sur la partie base. [Durand, Dorsey, 2002].

# Principe de la quantification

$u : \Omega \rightarrow Y = \{y_0, \dots, y_{n-1}\}$ , avec en général  $Y = \{0, \dots, 255\}$  (images sur 8 bits).

## Exemples :

- **Appareil photo numérique** : images sur 12 bits (quantifiées sur 8 bits après correction gamma).
- **Imagerie satellitaire** : images sur 12 bits = 4096 niveaux de gris.
- **Cas de la couleur** : 24 bits (8 pour chaque composante).
- **Humains** : perception qui s'adapte à la luminosité ambiante. Mais simultanément pas plus de 6, 7 bits.

**Principe** : réduire le nombre de valeurs prises par l'image de  $n$  à  $p \leq n$

# Principe de la quantification

Opérateur de quantification  $Q$  entièrement défini par la donnée de valeurs  $(q_i)_{i=0, \dots, p-1}$  et des bords  $(t_j)_{j=0, \dots, p}$  tels que

$$t_0 \leq q_0 \leq t_1 \leq q_1 \leq \dots \leq q_{p-1} \leq t_p.$$

$Q$  est défini par  $Q(\lambda) = q_i$  si  $t_i \leq \lambda < t_{i+1}$ .

Image quantifiée  $Q \circ u : \Omega \rightarrow \{q_0, \dots, q_{p-1}\}$ .

## Intérêt :

- Images moins lourdes à stocker, à gérer, à transmettre (cas satellitaire) ;
- Indispensable pour affichage sur un écran dont la dynamique est plus étroite que celle de l'image (écrans d'ordinateurs il y a qq's années, écrans de consoles, de mobiles...).

## Exemples

**Quantification uniforme :** division de  $Y$  en intervalles réguliers. Si  $Y = \{0, \dots, 255\}$  et que  $p$  est un diviseur de 256,

$$t_i = i \frac{256}{p}, \quad i = 0, \dots, p \quad \text{et} \quad q_i = \frac{t_i + t_{i+1}}{2} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \frac{256}{p}.$$

**Quantification suivant l'histogramme :**  $t_i = \min\{\lambda; H_u(\lambda) \geq \frac{i}{p}\}$ ,  $q_i$  moyennes ou barycentres des intervalles  $[t_i, t_{i+1}]$ .

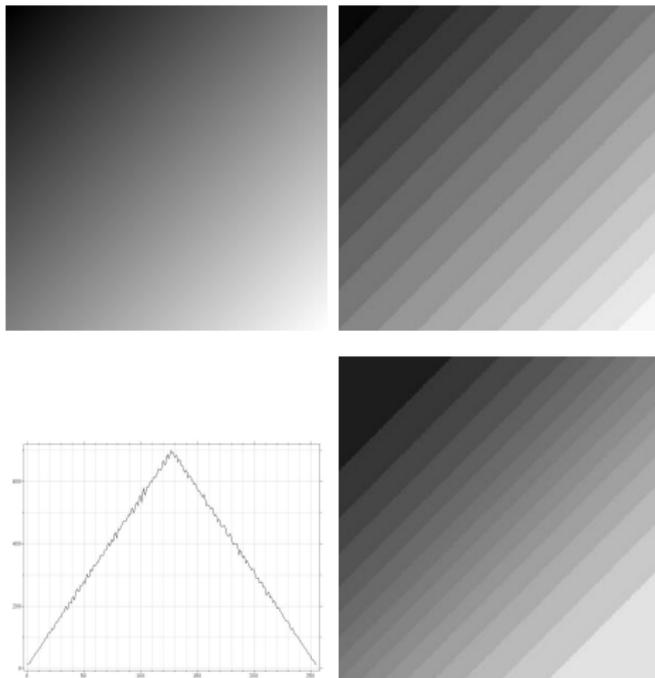
←→ Revient à égaliser l'histogramme avant de le quantifier uniformément.

**Quantification de Lloyd-Max :** minimise l'erreur aux moindres carrés

$$MSQE = \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{y_j \in [t_i, t_{i+1}[} h_i(y_j - q_i)^2.$$

→ algo itératif (rq : k-means 1D...)

## Exemple sur un dégradé



## Exemples - suite

Quantification uniforme



## Exemples - suite

Quantification suivant l'histogramme



## Exemples - suite

Quantification de Lloyd-Max



## Quantification couleur

**Espaces 3D** de représentation couleur RGB, HSV, Lab...

Toute méthode de **clustering** 3D peut convenir pour quantifier : on associe à chaque groupe la couleur de son barycentre.

**Exemples** : K-means; **Median Cut** (utilisé par Gimp, Photoshop).

## Dithering

**Principe** : améliorer le rendu de la quantification en ajoutant du bruit à l'image avant de la quantifier.

Très utile en pratique pour l'impression (journaux, etc...).



# Dithering

**Principe** : améliorer le rendu de la quantification en ajoutant du bruit à l'image avant de la quantifier.

Très utile en pratique pour l'impression (journaux, etc...).



interprétation...

## Dithering - exemple sur 10 niveaux



## Dithering - exemple sur 10 niveaux



## Dithering - exemple sur 16 couleurs



## Dithering - exemple sur 16 couleurs

