

Synthèse de textures : modèles de spot noise et de phase aléatoire

Préparation

1. Télécharger `images_textures.zip` à l'adresse

http://www.mi.parisdescartes.fr/~glaunes/M2MM_Percep/

et placer les fichiers qu'il contient dans le répertoire de travail.

Modèle de spot noise discret (DSN)

2. Créer une image de taille $512 * 512$ composée d'un rectangle blanc sur un fond noir.
3. Ecrire une fonction `ImTranslate(h,tau)` qui, à partir d'une image $h : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ et d'un décalage $\tau \in \Omega$ calcule l'image translatée $h_\tau : x \mapsto h(x + \tau)$. Tester cette fonction sur l'image précédente.
4. Ecrire une fonction `DSN(h,n)` qui à partir d'une image h calcule une réalisation du spot noise discret (DSN) :

$$H = \sum_{i=1}^n h_{T_i},$$

où les vecteurs aléatoires $T_i \in \Omega$ sont indépendants et de loi uniforme.

Tester cette fonction pour l'image précédente pour $n = 10$, $n = 100$, $n = 1000$. Répéter l'expérience en changeant la taille du rectangle initial, puis avec des images exemples (fichiers bmp) que vous convertirez en niveaux de gris.

Visualisation des transformées de Fourier discrètes

5. Afficher l'amplitude et la phase de la DFT pour
 - l'image du rectangle,
 - les images bmp fournies en exemple,
 - l'image d'une tache gaussienne obtenue avec la commande `h = GaussImage(512,40)`
 - l'image d'un bruit blanc gaussien.

Modèles de spot noise discret asymptotique (ADSN)

Le modèle ADSN correspond à la limite asymptotique du modèle DSN renormalisé lorsque n tend vers l'infini. On a vu que ce modèle est obtenu directement par l'image aléatoire

$$Y = \tilde{h} * X = \frac{1}{\sqrt{MN}}(h - m) * X,$$

où m est la moyenne des valeurs de l'image h et X est une image de bruit blanc gaussien. Cette formule permet de simuler simplement le modèle ADSN.

6. Ecrire une fonction $\text{ADSN}(\mathbf{h})$ qui réalise une simulation du modèle ADSN en effectuant la convolution dans le domaine de Fourier, puis en revenant dans l'espace des images. Tester cette fonction pour différentes images et vérifier que les images de textures obtenues ressemblent aux simulations du modèle DSN pour n assez grand.
7. Pour l'image de la tache gaussienne, afficher amplitude et phase de l'image Y obtenue par ADSN, et les comparer avec l'amplitude et la phase de l'image d'origine.

Modèle de phase aléatoire (RPN)

Le modèle RPN peut être vu comme une modification du modèle ADSN permettant de conserver l'amplitude de l'image d'origine. Plus précisément, dans le modèle ADSN la transformée de Fourier discrète de Y s'écrit

$$\hat{Y}(\nu) = \hat{h}(\nu)\hat{X}(\nu) = \hat{h}(\nu)|\hat{X}(\nu)|e^{i\theta(\nu)}.$$

L'image RPN Z de h est alors définie en Fourier par la formule

$$\hat{Z}(\nu) = \hat{h}(\nu)e^{i\theta(\nu)}.$$

8. Ecrire une fonction $\text{RPN}(\mathbf{h})$ qui réalise une simulation du modèle RPN. Tester cette fonction pour différentes images.

Synthèse de texture sur une fenêtre étendue

La synthèse d'une texture sur une fenêtre plus grande que celle de l'image d'origine h peut être obtenue en simulant le modèle ADSN ou RPN pour l'image définie par

$$h_{et}(x) = m + \sqrt{\frac{M_{et}N_{et}}{MN}}(h(x) - m)\mathbf{1}_{\{C\}}(x),$$

où C est un domaine de taille $M * N$ situé au centre de la nouvelle fenêtre.

9. Synthétiser suivant cette méthode des textures étendues sur des fenêtres de taille deux fois la taille de l'image d'origine par exemple. Tester différentes images.

Extension aux images couleur

Le modèle ADSN peut être étendu aux images couleur en calculant la convolution de chaque canal R, G, B renormalisé par la même réalisation d'un bruit blanc gaussien. Autrement dit on simule le modèle ADSN séparément sur chacun des trois canaux en utilisant à chaque fois la même image de bruit blanc.

10. Ecrire une nouvelle fonction pour la simulation du modèle ADSN sur des images couleur. Tester sur les images données en exemple.