

Introduction aux probabilités - Licence MIA
Contrôle continu du 19/12/2007- Durée : 1 heure

Les documents ne sont pas autorisés. **Tous les codes demandés devront être écrits très soigneusement afin que chaque caractère soit lisible.**

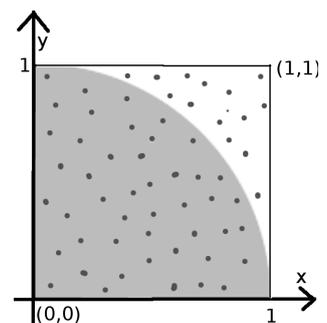
Exercice 1 On donne la fonction R suivante :

```
binomneg <- fonction(n,p)
{
  S <- 0
  E <- 0
  while(S<n)
  {
    X <- runif(1)
    if(X<=p)
      S <- S+1
    else
      E <- E+1
  }
  E
}
```

1. Expliquer ce que simule cette fonction (donner le lien avec une série d'expériences de Bernoulli).
2. La loi ainsi modélisée est la loi binomiale négative de paramètres n et p . Cette loi est en fait prédéfinie en R (cf. tableau joint). Donner la commande exacte de R équivalente à l'appel `binomneg(10,0.2)`.

Exercice 2 Pour calculer une valeur approchée du nombre π , on peut utiliser la méthode suivante (*méthode de Monte-Carlo*) :

1. On tire au hasard n réels X_k et n réels Y_k indépendants de loi uniforme sur $[0, 1]$.
2. On compte le nombre N de points de coordonnées (X_k, Y_k) qui appartiennent au disque de centre $(0, 0)$ et de rayon 1, c'est-à-dire tels que $X_k^2 + Y_k^2 \leq 1$.
3. Le nombre N/n donne une approximation de l'aire du quart de disque de rayon 1 (voir figure) qui est égale à $\pi/4$.



Ecrire dans le langage R une fonction `approxpi` à un argument n qui renvoie la valeur approchée de π obtenue par cette méthode. Expliquer chaque étape du code.

Exercice 3 On lance 5 dés, puis on relance ceux qui n'ont pas fait 6, et ainsi de suite jusqu'à ce que les 5 dés fassent 6. Ecrire, en expliquant chaque étape, une fonction R sans argument qui simule cette expérience, affiche les 5 dés obtenus après chaque lancer, et le nombre de lancers total. Par exemple un appel à cette fonction pourrait renvoyer :

```
[1] 1 6 2 1 1
[1] 3 6 2 1 1
[1] 4 6 3 4 2
[1] 6 6 5 2 1
[1] 6 6 1 5 4
[1] 6 6 1 6 1
[1] 6 6 3 6 5
[1] 6 6 3 6 6
[1] 6 6 6 6 6
[1] 9
```

Annexe

Loi	Appellation	Arguments	Valeurs par défaut
Binomiale de paramètre $(n, q) \in \mathbb{N}^* \times [0, 1]$	<code>binom</code>	<code>size=n</code> <code>prob=q</code>	
Binomiale négative de paramètre $(n, q) \in \mathbb{N}^* \times [0, 1]$	<code>nbinom</code>	<code>size=n</code> <code>prob=q</code>	
Géométrique de paramètre $q \in [0, 1]$	<code>geom</code>	<code>prob=q</code>	
Normale (ou Gaussienne) de paramètre $(\mu, \sigma) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$	<code>norm</code>	<code>mean=μ</code> <code>sd=σ</code>	<code>mean=0</code> <code>sd=1</code>
Poisson de paramètre $\lambda \in \mathbb{R}_+$	<code>pois</code>	<code>lambda=λ</code>	
Uniforme sur $[min, max]$	<code>unif</code>	<code>min=min</code> <code>max=max</code>	<code>min=0</code> <code>max=1</code>