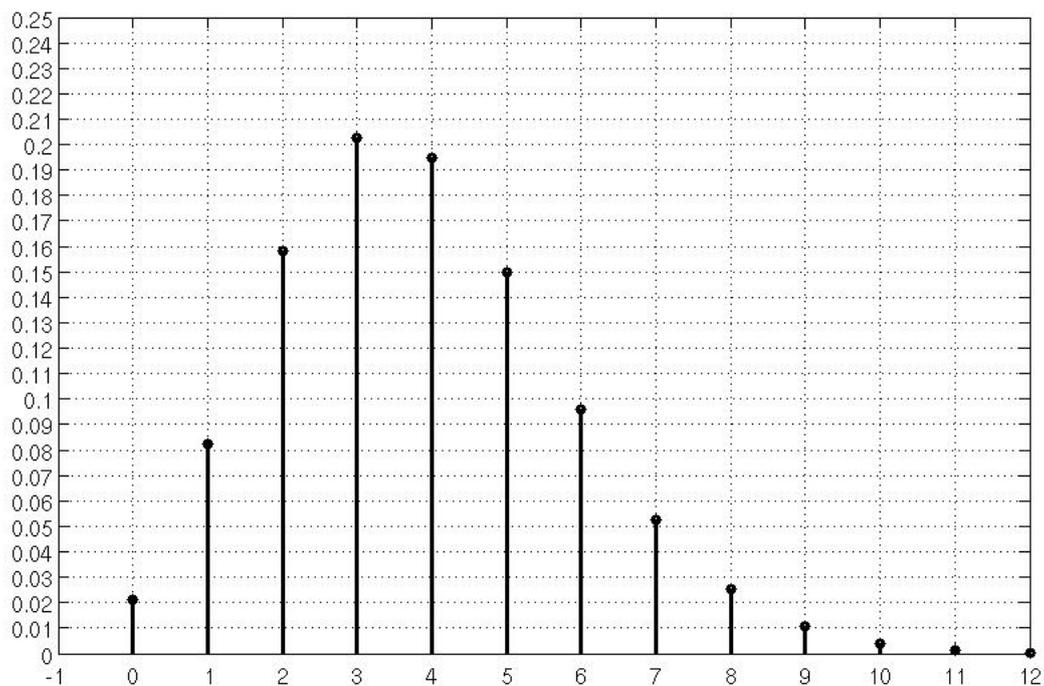


Licence 2ème année, 2008-2009, INTRODUCTION AUX PROBABILITÉS

## Examen de 2e session : 10 juin 2009

**Exercice 1** On considère une suite aléatoire de 100 lettres. Chaque lettre est tirée au sort parmi les 26 lettres de l'alphabet avec équiprobabilité, et chaque tirage est indépendant.

1. Quelle est la probabilité que la troisième lettre tirée soit un "E" ?
2. Soit  $N$  le nombre de "E" dans la suite de lettres. Quelle est la loi de  $N$  ?
3. Quel est le paramètre de la loi de Poisson qui approche la loi de  $N$  ? Rappeler la définition de cette loi de Poisson.
4. Le diagramme de cette loi de Poisson est représenté sur la figure ci-dessous. D'après ce graphique, donner une valeur approchée des probabilités suivantes :  $P(N = 6)$ ,  $P(5 \leq N \leq 7)$ , et  $P(N \geq 2)$ .



**Exercice 2** Une population est formée de 40% d'hommes et de 60% de femmes. On sait que le pourcentage de fumeurs parmi les hommes est de 40%, et parmi les femmes de 50%. On choisit un individu au hasard dans cette population.

1. Quelle est la probabilité qu'il soit fumeur ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit un homme sachant qu'il est fumeur ?
3. Quelle est la probabilité qu'il soit un homme sachant qu'il n'est pas fumeur ?
4. Quelle est la probabilité qu'il soit une femme sachant qu'il est fumeur ?
5. Quelle est la probabilité qu'il soit une femme sachant qu'il n'est pas fumeur ?

**Exercice 3** Soit  $X$  une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre 3.

1. Ecrire la fonction densité  $f_X(x)$  de  $X$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .
2. Calculer la fonction de répartition  $F_X(x)$  de  $X$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .
3. Calculer la probabilité  $P(1 \leq X \leq 2)$ .
4. Calculer l'espérance  $E(X)$  (indication : faire une intégration par parties).
5. Sachant que  $E(X^2) = \frac{2}{9}$ , calculer la variance  $V(X)$ .
6. On suppose que  $Y$  est une autre variable de loi exponentielle de paramètre 3, indépendante de  $X$ . Calculer la loi de  $Z = \min(X, Y)$  (indication : utiliser les fonctions de répartitions).