

Introduction aux probabilités - Licence MIA 2e année - parcours Informatique
Examen partiel du 28/10/2013 - Durée : 1 heure 30

Exercice 1 On dispose d'un test de dépistage d'une maladie rare qui touche 0.1% de la population. Le taux de réussite du test est de 95%, ce qui signifie que si une personne est malade le test est positif avec probabilité 0.95, et qu'inversement si une personne est saine son test est négatif avec probabilité 0.95.

1. Quelle est la probabilité qu'une personne soit atteinte de la maladie sachant que le test est positif? Ce test est-il efficace?
2. Quelle devrait être le taux de réussite du test pour que la réponse à la question précédente soit 95%?

Exercice 2 On lance six fois une pièce de monnaie. On note X le nombre de fois où la pièce est tombée sur pile.

1. Quelle est la loi de X ?
2. On suppose qu'on reçoit 10 euros si on est tombé au moins 4 fois sur pile, et que l'on perd 200 euros si on ne tombe jamais sur pile. Dans les autres cas on ne gagne ni ne perd d'argent. Soit G la variable aléatoire égale au gain de ce jeu.
 - Quelle est la loi de G ?
 - Calculer l'espérance de G . Ce jeu est-il favorable au joueur?
 - Calculer la variance et l'écart-type de G .

Exercice 3 Deux joueurs A et B jouent l'un contre l'autre une suite de parties. A chacune d'elles, la probabilité de victoire, indépendante du numéro de la partie et des résultats des parties précédentes, est $2/3$ pour A et $1/3$ pour B.

Les joueurs jouent 5 parties et le gagnant du jeu est celui qui a gagné le plus de parties.

1. On note X la variable égale au nombre de parties gagnées par A. Quelle est la loi de X ?
2. Quelle est la probabilité que A gagne le jeu?

Exercice 4 On lance plusieurs fois de suite un dé à 6 faces, et on s'arrête lorsque le dé tombe sur un numéro qui était déjà tombé avant dans la série de lancers. On note X le nombre de coups joués.

1. Quel est le support de la variable X ?
2. Déterminer la loi de X .
3. On suppose à présent que le jeu s'arrête seulement lorsque le dé tombe deux fois de suite sur le même nombre. Déterminer de même le support puis la loi du nombre de coups joués.