

Radiométrie des images

Julie Delon

Cours de Master 2

Ce document est une version de travail, qui comporte sûrement des erreurs et des imprécisions. N'hésitez pas à me les signaler à l'adresse [julie.delon 'at' parisdescartes.fr](mailto:julie.delon@parisdescartes.fr).

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introduction | 2 |
| 1.1 | Quelques mots sur la perception humaine et le contraste | 2 |
| 1.2 | Retour sur l'acquisition des images numériques | 2 |
| 1.2.1 | Sur la dynamique des images numériques | 4 |
| 1.2.2 | Quantification et dynamique | 4 |
| 2 | Histogrammes et changements de contraste | 5 |
| 2.1 | Notations | 5 |
| 2.2 | Histogramme d'une image | 5 |
| 2.3 | Histogramme cumulé et pseudo-inverse | 6 |
| 2.4 | Changements de contraste | 7 |
| 2.4.1 | Egalisation d'histogramme | 7 |
| 2.4.2 | Spécification d'histogramme | 8 |
| 2.5 | Autres exemples de modifications d'histogrammes | 10 |
| 2.5.1 | Quelques modifications simples d'histogrammes | 10 |
| 2.5.2 | Correction Gamma | 10 |
| 2.5.3 | Modifications locales du contraste | 11 |
| 2.6 | Effet d'un bruit b sur l'histogramme de l'image | 12 |
| 2.6.1 | Bruit additif | 12 |
| 2.6.2 | Bruit impulsionnel | 12 |
| 2.7 | Contraste et carte topographique | 12 |
| 3 | Quantification | 14 |
| 3.1 | Opérateurs de quantification | 14 |
| 3.2 | Dithering | 16 |
| 3.3 | Images à forte dynamique (HDR Imaging) | 16 |
| 4 | Egalisation mi-chemin et correction du flicker dans les films | 17 |
| 4.1 | Midway ou égalisation mi-chemin entre deux images | 18 |
| 4.2 | Réduction du flicker dans les films | 19 |
| 4.2.1 | Flicker global | 21 |
| 4.2.2 | Flicker local | 21 |

1 Introduction

1.1 Quelques mots sur la perception humaine et le contraste

Notre perception visuelle est très robuste aux changements de conditions d'illumination (baisse de luminosité, changement d'illuminant, etc). Si l'on applique un changement de contraste (une fonction croissante) à une image, comme sur la Figure 1, notre perception du contenu géométrique de l'image, et donc des objets qu'elle contient, n'est quasiment pas modifiée. Cette invariance disparaît complètement si l'on applique à l'image une fonction qui n'est pas croissante, comme c'est le cas par exemple avec le négatif d'une photo (voir la Figure 2).



FIGURE 1 – L'image de droite est obtenue en appliquant une fonction croissante à l'image de gauche.

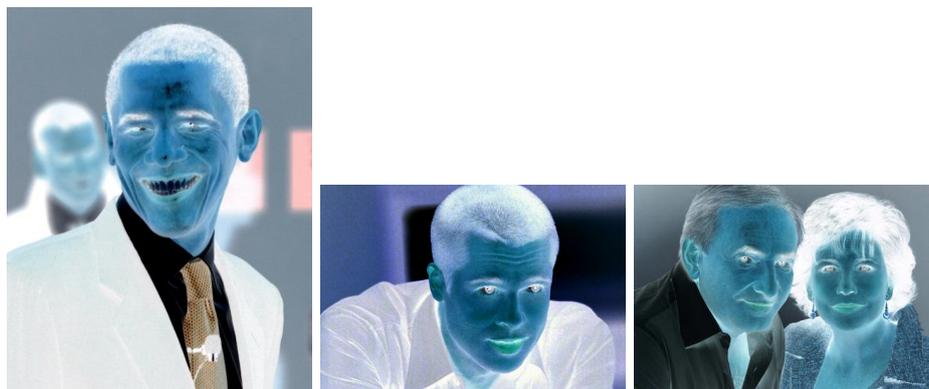


FIGURE 2 – Reconnaissez-vous ces personnes célèbres ?

Une autre propriété remarquable de la perception visuelle humaine est sa sensibilité aux contrastes locaux, bien plus qu'aux contrastes globaux dans l'image, comme souligné par l'école gestaltiste [Kan80] (voir la Figure 3). Ce que l'on perçoit essentiellement, ce sont les contrastes relatifs entre zones adjacentes. D'après Kanizsa [Kan80], notre perception du contraste est tellement basée sur le contraste local que cela peut mener à une mauvaise perception des niveaux de gris absolus de l'image.

1.2 Retour sur l'acquisition des images numériques

Les capteurs des appareils photos (capteurs CCD, capteurs CMOS) sont constitués de photosites. En première approximation, l'acquisition d'une image u par un appareil photo peut se

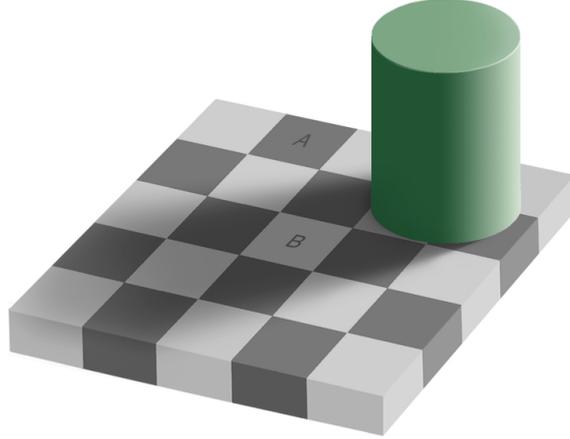


FIGURE 3 – Prédominance des contrastes relatifs entre zones adjacentes (voir [Kan80]). Les zones A et B ont exactement le même niveau de gris. Ces deux zones paraissent pourtant très différentes.

modéliser de la manière suivante :

$$u = Q[h((g_0 * s) \cdot \Pi_\Gamma \cdot F + b)], \quad (1)$$

où

- s est la scène observée (fonction de L^1),
- g_0 est la réponse impulsionnelle du système optique et de l'intégration sur les photosites,
- $\Pi_\Gamma = \sum_{\gamma \in \Gamma} \Delta_\gamma$ désigne le réseau des photosites,
- $F = \mathbb{I}_\Omega, \Omega \in \mathbb{R}^2$ est le support global de l'acquisition (le support de l'image),
- b est un bruit additif : pour $(i, j) \in \Gamma$, $b(i, j)$ est une famille de variables aléatoires i.i.d.¹
- h est une fonction croissante, un "changement de contraste"
- Q est un opérateur de quantification, qui consiste à réduire l'ensemble des valeurs mesurées sur chaque photosite à un ensemble de valeurs quantifiées (en général sur 12 ou 8 bits).

L'étude des liens entre l'image continue $g_0 * s$ et l'image mesurée (discrète) $(g_0 * s) \cdot \Pi_\Gamma$ s'appelle la théorie de l'échantillonnage (premier cours vu avec Y.Gousseau du 01/10, voir aussi le premier cours de L.Moisan). Le but du cours qui suit est de s'intéresser plus précisément aux changements de contraste et à la quantification des images numériques, donc aux termes h et Q de l'équation précédente. Plus précisément, la section 2 décrit différentes manières de définir et de modifier le contraste d'une image alors que la section 3 se concentre sur les opérateurs de quantification. La dernière partie de ce cours, en section 4, est consacrée à la définition d'un contraste mi-chemin entre deux images (ou plus) et à différentes applications.

Avant de rentrer dans le vif du sujet, revenons d'abord quelques instants sur l'acquisition des images numériques et en particulier sur ce qu'on nomme la "dynamique" des capteurs, qui est intimement liée aux aspects développés dans ce cours.

1. Le fait que les $b(i, j)$ soient i.i.d. est une approximation. En réalité, la variance du bruit est plus importante dans les zones claires que les zones sombres de l'image.

1.2.1 Sur la dynamique des images numériques

Lorsque l'on prend une photo numérique, chaque photosite reçoit un certain nombre de photons, lié à la quantité de lumière qu'il reçoit et au temps d'exposition². Le photosite émet par effet photo-électrique un nombre d'électrons à peu près proportionnel à ce nombre de photons. Ces électrons s'accumulent ensuite dans un puits à électrons et l'information est transformée en tension électrique. Or, ces puits à électrons ont une capacité de stockage limitée, au delà de laquelle ils saturent. De même, à cause du bruit électronique, il existe un nombre minimum d'électrons à partir duquel on considère le signal comme fiable. Plus ces limites sont éloignées, plus le capteur est capable de restituer en détail à la fois des zones sombres et des zones très lumineuses dans une image, ce qui est particulièrement important dans les scènes à contre-jour. Ce sont ces capacités que l'on désigne par le terme de plage dynamique. La dynamique d'un capteur est en particulier liée à sa taille.

Cette notion de dynamique peut, en première approximation, être intégrée dans l'équation (1) en considérant des fonctions h qui saturent aux extrémités ($h(x)$ devient constante pour x suffisamment grand ou suffisamment petit). Observons cependant que la fonction h contient également beaucoup d'autres modifications effectuées par l'appareil photo (corrections Gamma, etc.).

On considère généralement que les capteurs utilisés dans les appareils photo ont une plage dynamique située entre 1 :1000 et 1 :10000. A titre de comparaison, on considère que l'oeil humain a une plage dynamique supérieure à 1 : 10⁶.

1.2.2 Quantification et dynamique

Dans les appareils numériques, les images sont généralement acquises sur 12 bits par canal de couleur, ce qui signifie que l'on quantifie linéairement les tensions mesurées en chaque photosite sur $2^{12} = 4096$ valeurs de gris. Remarquons que ces 12 bits n'ont de sens que si la plage dynamique du capteur est suffisamment grande, le nombre d'électrons par niveau de gris devant toujours être supérieur au niveau de bruit. Si le rapport entre la capacité de stockage des puits à électrons et le niveau de bruit électronique (le nombre d'électrons minimum à partir duquel on peut considérer que le signal est fiable) est inférieur à 4096, il vaut mieux quantifier le signal plus grossièrement. Les images quantifiées sur 12 bits peuvent alors être stockées telles quelles au format RAW (cas des appareils reflex), ce qui correspond à l'équation d'acquisition (1) (en choisissant h linéaire ou affine, saturant aux extrémités). Cependant, observons que dans la plupart des appareils photos numériques compacts, les images sont à nouveau quantifiées sur 8 bits (256 niveaux) par canal et compressées en JPEG, après diverses transformations non-linéaires, dont une correction gamma sur chaque canal de couleur. Dans ce dernier cas (images JPEG), l'équation d'acquisition (1) devrait être légèrement plus complexe, puisqu'une première quantification est suivie de diverses transformations du contraste, puis d'une deuxième quantification plus grossière et d'une compression des données.

Nous reviendrons plus en détail sur la quantification des images numériques dans la section 3.

2. Ce nombre de photons est en fait une variable aléatoire de Poisson dont le paramètre λ dépend de la quantité de lumière et du temps d'exposition. En d'autres termes, si on prend plusieurs fois une photo d'une même scène, sans bouger la caméra et avec le même temps d'exposition, on n'obtiendra pas pour autant les mêmes quantités de photons sur les capteurs.

2 Histogrammes et changements de contraste

2.1 Notations

Dans ce qui suit, on notera $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ une image discrète, avec Ω une grille rectangulaire de taille $|\Omega| = L \times C$. Si l'image u ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs, on notera $Y = \{y_0, \dots, y_{n-1}\}$, $y_0 < \dots < y_{n-1}$ cet ensemble de valeurs. Une grande partie des images que l'on manipule étant codées sur 8 bits, on peut considérer par exemple que $Y = \{0, \dots, 255\}$.

2.2 Histogramme d'une image

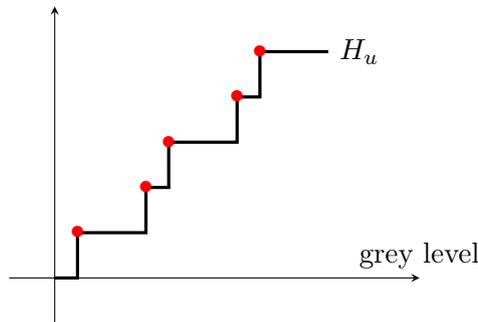
Définition 1 Soit u une image discrète définie sur Ω , l'*histogramme cumulé* de u est la fonction croissante H_u définie sur \mathbb{R} par

$$H_u(\lambda) = \frac{1}{|\Omega|} \#\{\mathbf{x} \in \Omega; u(\mathbf{x}) \leq \lambda\}.$$

On a alors les propriétés suivantes (cf Figure ??) :

- H_u est constante par morceaux (car u est discrète), avec des sauts aux points y_i , semi-continue à droite telle que $\lim_{x \rightarrow -\infty} H(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} H(x) = 1$.
- Soit $x \in \Omega$, alors $|\Omega|H_u(u(x))$ est le **rang** de x dans l'image u , lorsque les niveaux de gris de u sont ordonnés de façon croissante.

Par convention, l'histogramme cumulé est défini avec une inégalité large.



Définition 2 L'*histogramme* h_u de u est la dérivée de H_u au sens des distributions, soit

$$h_u = \sum_{i=0}^{n-1} h_i \delta_{y_i}, \text{ avec } h_i = \frac{1}{|\Omega|} \#\{\mathbf{x} \in \Omega; u(\mathbf{x}) = y_i\}.$$

L'histogramme d'une image u (voir la Figure 4) mesure la répartition des niveaux de gris de u dans l'ensemble de valeurs Y . Il est donc, aux effets de discrétisation près, invariant aux transformations de type similitude sur l'image (zoom, rotation, translation). Il est par contre évidemment fortement dépendant des conditions d'illumination de la prise de vue.

Remarquons que si les $|\Omega|$ valeurs de gris des pixels de l'image sont des réalisations de variables aléatoires i.i.d. $X_1, \dots, X_{|\Omega|}$, alors l'histogramme cumulé H_u constitue une estimation empirique de la fonction de répartition des X_i . L'histogramme h_u est alors une estimation empirique de la loi des X_i , donc d'une mesure de probabilité sur \mathbb{R} .

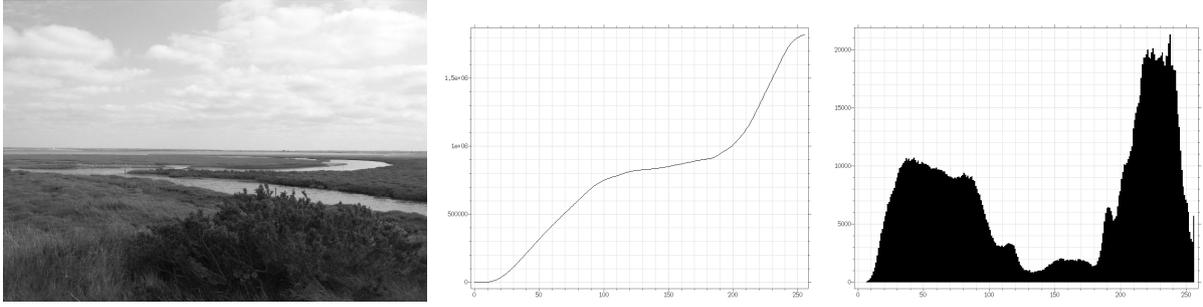


FIGURE 4 – De gauche à droite : une image u , son histogramme cumulé H_u et son histogramme h_u . En première approximation, le premier « mode » de l’histogramme correspond principalement à la zone sombre en bas de l’image, alors que le deuxième correspond au ciel de l’image.

2.3 Histogramme cumulé et pseudo-inverse

On peut définir les **inverses généralisées** de H_u sur $[0, 1]$ par

$$H_u^{-1}(\alpha) = \inf\{\lambda; H_u(\lambda) > \alpha\}, \text{ pour tout } \alpha \text{ dans } [0, 1].$$

$$H_u^{[-1]}(\alpha) = \inf\{\lambda; H_u(\lambda) \geq \alpha\}, \text{ pour tout } \alpha \text{ dans } [0, 1].$$

La fonction H_u^{-1} (resp. $H_u^{[-1]}$) est croissante et constante par morceaux et semi-continue à droite (resp. à gauche), avec des sauts aux points $H_u(y_i)$.

Les deux inverses généralisées coïncident partout sauf aux points $H_u(y_i)$.

On peut montrer les propriétés suivantes (à faire en exercice) :

- pour tout t , $H_u \circ H_u^{-1}(t) \geq t$ et $H_u^{-1} \circ H_u(t) \geq t$;
- $H_u \circ H_u^{[-1]}(t) \geq t, \forall t \in]0, 1[$, avec égalité ssi $t \in \{H_u(y_0), \dots, H_u(y_{n-1})\}$;
- $H_u^{[-1]} \circ H_u(t) \leq t, \forall t \in \mathbb{R}$, avec égalité ssi $t \in \{y_0, \dots, y_{n-1}\}$.

Exercice 1 Démontrez les propriétés énoncées ci-dessus en commençant par les questions suivantes. Soit F une fonction croissante de \mathbb{R} dans $[0, 1]$, continue à droite en tout point.

1. Montrer que : $\forall t \in]0, 1[, F \circ F^{[-1]}(t) \geq t$, avec égalité si t est une valeur prise par F .
2. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, F^{[-1]} \circ F(x) \leq x$, avec égalité aux points x où F croît strictement (dans le sens où pour tout $y < x, F(y) < F(x)$).

On en déduit que pour tout \mathbf{x} dans Ω , $H_u^{[-1]} \circ H_u(u(\mathbf{x})) = u(\mathbf{x})$. Qu’en est-il si l’on remplace $H_u^{[-1]}$ par H_u^{-1} ?

Remarque : La pseudo-inverse d’une fonction de répartition est très utile lorsque l’on souhaite échantillonner selon une loi donnée. Par exemple, on peut montrer (à faire en exercice) que si F est une fonction de répartition, et que X est une v.a. uniforme sur $[0, 1]$, alors la v.a. $F^{-1}(X)$ suit la loi $F(dx)$. On peut ainsi échantillonner des valeurs selon la loi F en échantillonnant d’abord uniformément et en appliquant F^{-1} à ces valeurs.

Exercice 2 Etant donnée une image u d’histogramme cumulé H_u , créez une image v (pas forcément de même taille) dont les pixels sont des réalisations indépendantes de la loi donnée par H_u . Visualisez l’histogramme et l’histogramme cumulé de v . Commentez.

2.4 Changements de contraste

Définition 3 On appelle *changement de contraste* une fonction $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ croissante. Ce changement de contraste transforme l'image u en $g(u)$ (opération non linéaire en général, globale sur l'image).

Remarquons que si u est à valeur dans $\{y_0, \dots, y_{n-1}\}$, $g(u)$ est à valeurs dans $\{g(y_0), \dots, g(y_{n-1})\}$ et

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, H_{g(u)}(\lambda) = H_u[\underbrace{\max_{g(y_j) \leq \lambda} y_j}_{\text{pseudo-inverse discret de } g}].$$

Si g n'est pas strictement croissante, il peut y avoir perte d'information dans l'image $g(u)$, plusieurs $g(y_i)$ pouvant être égaux. Si g est strictement croissante (ou du moins telle que tous les $g(y_i)$ soient différents), alors $H_{g(u)}$ prend les mêmes valeurs que H_u , mais a des sauts aux points $g(y_i)$ au lieu des points y_j , ce qui se traduit par la proposition suivante :

Proposition 1 Si $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est un *changement de contraste strictement croissant* (ou si g est seulement croissante mais telle que tous les $g(y_i)$ soient différents), alors

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega, H_{g(u)}(g \circ u(\mathbf{x})) = H_u(u(\mathbf{x})).$$

Exercice 3 .

1. Montrez la proposition précédente
2. Montrez que si g est croissante et continue à gauche, alors $g(u)$ a pour histogramme cumulé $H_u \circ g^{-1, >}$.

Si g est continue et strictement croissante, on remarquera qu'elle est inversible et que $g^{-1} = g^{-1, <}$. On a alors

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, H_{g(u)}(\lambda) = H_u \circ g^{-1}(\lambda).$$

2.4.1 Egalisation d'histogramme

Lorsque le changement de contraste consiste à prendre H_u comme fonction croissante g , on parle d'égalisation d'histogramme, car l'histogramme cumulé de l'image $H_u(u)$ ainsi obtenue se rapproche de l'identité, au sens où il rejoint la fonction identité aux valeurs prises par l'image $H_u(u)$. Plus précisément :

Proposition 2 On a $H_{H_u \circ u}(\lambda) \leq \lambda$ pour tout λ , avec égalité aux valeurs $H_u(y_i)$.

Exercice 4 Démontrez ce résultat en utilisant le fait que $H_{H_u \circ u}(\lambda) = H_u[\max_{H_u(y_j) \leq \lambda} y_j]$.

Cette propriété est illustrée par la Figure 5. Lors de l'égalisation, l'histogramme de $H_u \circ u$ se rapproche d'un histogramme constant, au sens où une convolution avec un petit noyau gaussien le rend quasiment constant (on rappelle que l'histogramme est défini comme une somme pondérée de masses de Dirac). On peut montrer de même que l'on a $H_{H_u \circ u}(\lambda) > \lambda$.

Le fait que l'histogramme cumulé de l'image $H_u(u)$ soit proche de l'identité est à rapprocher d'un résultat bien connu en probabilité : si X est une variable aléatoire de fonction de répartition F , avec F continue, alors $F(X)$ a une loi uniforme sur $[0, 1]$.

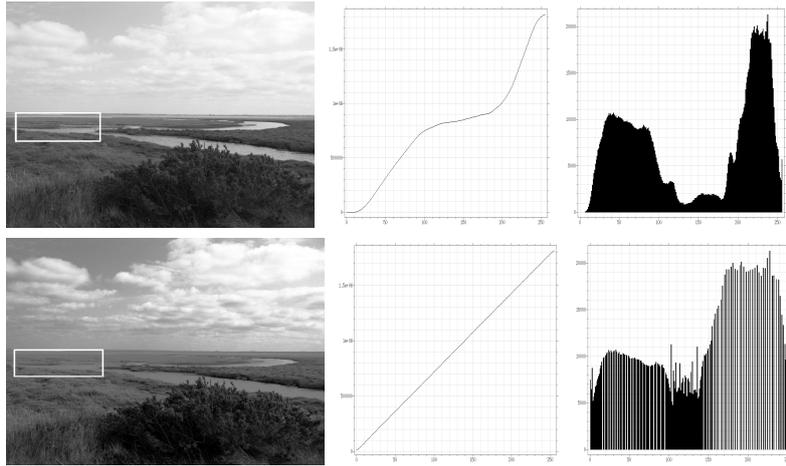


FIGURE 5 – Exemple d'égalisation d'histogramme.

L'égalisation d'histogramme est utilisée principalement comme aide à la visualisation, car elle permet de rehausser le contraste global de l'image, en répartissant ses niveaux de gris le plus équitablement possible. Cependant, ce type de modification fait rapidement apparaître des défauts parfois rédhibitoires dans les images. Tout d'abord, en séparant les valeurs de gris des zones les moins contrastées, on rend visible le "bruit de quantification" des images (voir Figures 7 et 8). Par ailleurs, en regroupant certains niveaux de gris de zones trop contrastées au départ, on peut faire disparaître de l'information visuelle (voir Figure 6).

En pratique, les valeurs prises par $H_u(u)$ sont comprises entre 0 et 1. Pour des images définies sur $\{0, \dots, 255\}$, on calcule donc plutôt $255 \cdot H_u(u)$. Cette image prend des valeurs réelles, il est donc d'usage, dans la plupart des logiciels de traitement d'image, de la quantifier sur les valeurs entières $\{0, \dots, 255\}$. Ceci se traduit généralement par une réelle perte d'information : plusieurs niveaux de gris différents dans l'image u peuvent se retrouver égaux dans l'image égalisée. Pour rendre l'opération d'égalisation inversible (et donc garder toute l'information de départ), il faut donc manipuler des images de flottants.



FIGURE 6 – Illustration de la perte d'information générée par l'égalisation. A gauche, extrait de l'image originale, à droite même extrait après égalisation.

2.4.2 Spécification d'histogramme

En suivant l'exemple de l'égalisation d'histogramme, on peut chercher un changement de contraste g tel que l'histogramme de $g(u)$ soit « le plus proche possible » d'une certaine distribution de probabilité μ .

La solution obtenue dépend de l'interprétation que l'on a de la notion de proximité entre distributions. Notons F_μ la fonction de répartition de la distribution μ . On peut commencer par considérer le changement de contraste $g = F_\mu^{-1} \circ H_u$. Si F_μ est strictement croissante, on a

Proposition 3 $H_{F_\mu^{-1} \circ H_u \circ u}(\lambda) \leq F_\mu(\lambda)$, avec égalité aux points $F_\mu^{-1} \circ H_u(y_i)$.



FIGURE 7 – Augmentation du bruit de quantification lors de l'égalisation.



FIGURE 8 – Exemple d'égalisation d'histogramme d'une image très peu contrastée

En d'autres termes, sur les valeurs de gris prises par l'image $g(u) = F_\mu^{-1} \circ H_u(u)$, son histogramme cumulé coïncide avec F_μ .

Si l'on souhaite approcher F_μ en un sens L^2 , on peut se reposer sur le théorème suivant :

Proposition 4 (L. Moisan) *Soit $F : [a, b] \rightarrow [0, 1]$ continue, strictement croissante et telle que $F(a) = 0$ et $F(b) = 1$. Pour toute image $u \in \mathbb{R}^\Omega$, l'unique changement de contraste g qui minimise*

$$\int |H_{g(u)}(\lambda) - F(\lambda)|^2 d\lambda,$$

est donné par $g = F^{-1} \circ \left(\frac{H_u + H_u^<}{2} \right)$.

Enfin, si l'on souhaite que $h_{g(u)}$ et μ soient le plus proche possible au sens du transport optimal pour un coût quadratique (voir la référence [Vil03] pour une introduction très complète sur le sujet), il suffit de chercher g qui minimise

$$\int_0^1 |H_{g(u)}^{-1}(t) - F_\mu^{-1}(t)|^2 dt. \quad (2)$$

Cette intégrale s'exprime simplement en fonction des valeurs prises par $H_{g(u)}^{-1}(t)$, et on obtient le résultat suivant.

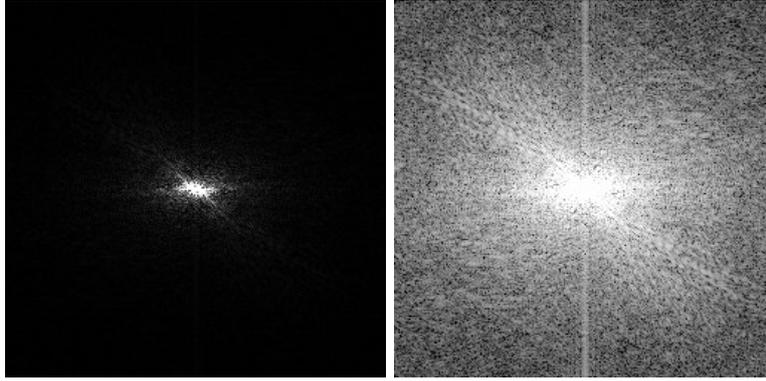


FIGURE 9 – A gauche la FFT d'une image, à droite la même FFT en échelle logarithmique.

Proposition 5 *Toute fonction croissante g qui minimise (2) vérifie*

$$g(y_i) = \frac{1}{h_i} \int_{H_u[y_{i-1}]}^{H_u[y_i]} F_\mu^{-1}(t) dt.$$

Les valeurs de g en dehors des points y_i n'ont pas d'incidence sur le résultat.

Ces trois solutions au problème de la spécification d'histogramme donnent en pratique des résultats assez proches sur les images naturelles. Le même raisonnement permet d'obtenir différentes solutions au problème de l'égalisation d'histogramme (en prenant μ constante sur la plage de valeurs prises par l'image).

2.5 Autres exemples de modifications d'histogrammes

2.5.1 Quelques modifications simples d'histogrammes

- **"Contrast Stretching"** : transformation linéaire de la dynamique. Cette transformation est utile pour des images sur 12 bits n'utilisant qu'une partie de leur dynamique (ex : images satellitaires).
- **Seuillage** : consiste à rendre l'image u binaire en la seuillant. Cette transformation est généralement utilisée lorsqu'on sait que l'image d'origine était binaire (texte scanné), ou par exemple pour appliquer des transformations géométriques à l'image *via* ses ensembles de niveau (morphologie mathématique).
- **Négatif** : utile pour la visualisation de certaines images médicales, pour lesquelles les zones lumineuses correspondent aux tissus les moins denses.
- **Echelle logarithmique** : utile si l'image possède une dynamique très étalée. L'échelle logarithmique est particulièrement adaptée pour visualiser des transformées de Fourier, des images mal calibrées, etc... (voir la Figure 9).

2.5.2 Correction Gamma

L'affichage des moniteurs CRT (écrans cathodiques) est naturellement non linéaire : l'intensité lumineuse u reproduite à l'écran n'est pas une fonction linéaire de la tension d'entrée V , mais une fonction puissance

$$u = V^\gamma,$$

où γ vaut environ 2.5. L'affichage des écrans plus récents (LCD, plasma, écrans d'appareils mobiles, etc) essaye d'imiter au mieux ce comportement en puissance pour des raisons de com-

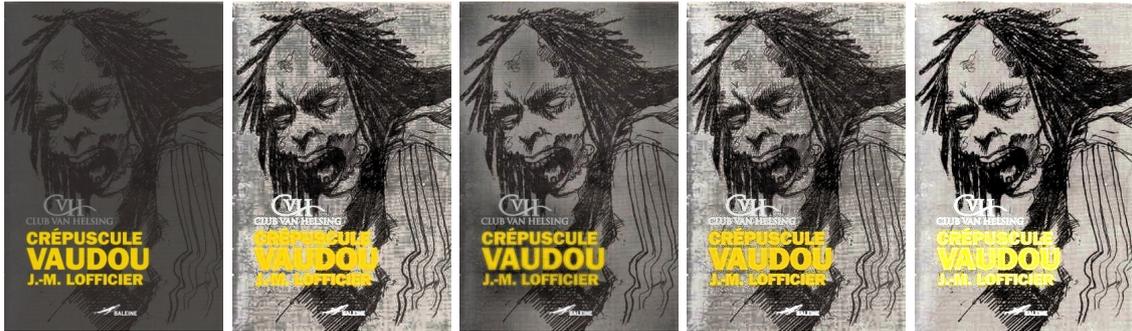


FIGURE 10 – Quelques exemples de modification d’histogramme. De gauche à droite : image originale, égalisation d’histogramme, spatial adaptive histogram equalization [PAA⁺87], Shape preserving equalization [CCM99], Histogram Stretching.



FIGURE 11 – En haut, deux images telles qu’elles apparaîtraient à l’écran si les appareils photo n’appliquaient pas de correction gamma. En bas les mêmes images avec correction gamma.

patibilité : les différents types d’écrans sont supposés afficher de la même manière une photo numérique donnée (même si dans la réalité, c’est évidemment loin d’être le cas).

Si les appareils de prise de vue (appareils photos, scanners, caméras, etc) ne compensaient pas cette non-linéarité, les images apparaîtraient sur les écrans plus sombres qu’elles ne le sont réellement (voir la Figure 11). Les matrices de capteurs mesurant en chaque pixel un signal proportionnel à la quantité de lumière qui arrive sur ce pixel, une correction gamma de puissance $1/2.5 = 0.4$ est généralement appliquée à ce signal, avant de le quantifier uniformément sur $\{0, \dots, 255\}$ (pour les appareils grand public) et de le compresser, le plus souvent en JPEG. Cette correction gamma n’est en revanche pas appliquée sur les images RAW (images "brutes" du capteur, non traitées par l’appareil photo) des appareils reflex, mais effectuée par les logiciels de développement photo numérique.

2.5.3 Modifications locales du contraste

Plusieurs approches ont été proposées pour améliorer localement le contraste des images. Parmi elles, on peut citer les approches de type *adaptive histogram equalization*, qui consistent

à appliquer des égalisations d'histogramme localement, en découpant l'image en blocs. Divers raffinements ont été proposés depuis les années 80, en particulier pour éviter l'augmentation trop brutale du bruit de quantification [PAA⁺87].

Une autre approche intéressante, qui utilise les lignes de niveau de l'image pour augmenter localement le contraste tout en préservant la géométrie de l'image, définie par sa carte topographique (voir la section 2.7), est détaillée dans l'article [CLMS99].

La Figure 10 illustre entre autres ces deux approches.

2.6 Effet d'un bruit b sur l'histogramme de l'image

2.6.1 Bruit additif

Imaginons que l'on ajoute un bruit blanc (c'est-à-dire indépendant d'un pixel à l'autre) b à l'image u et que l'on note $\tilde{u} = u + b$ l'image bruitée ainsi obtenue. L'image de bruit b est une réalisation particulière d'une image aléatoire B , dont les valeurs de gris sont des variables i.i.d. On note p_B la distribution commune de ces variables. Maintenant, si l'on considère les pixels de l'image u comme des réalisations i.i.d. d'une variable aléatoire U de distribution h_u , la variable $\tilde{U} = U + B$ a pour distribution $h_u * p_B$.

- Si le bruit est gaussien $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$, l'histogramme de \tilde{u} sera (en moyenne) une version lissée par une gaussienne centrée d'écart-type σ de l'histogramme de u .
- Si le bruit b est uniforme, l'histogramme de u est (en moyenne) convolué avec une fonction porte.

Ces résultats sont vrais "en moyenne" dans le sens où il faut moyenner les histogrammes obtenus pour toutes les réalisations possibles du bruit b pour les obtenir.

2.6.2 Bruit impulsif

L'ajout de bruit impulsif à une image u s'écrit

$$\tilde{U} = (1 - X)u + XY,$$

où X suit une loi de Bernoulli de paramètre θ et Y une loi uniforme sur $\{0, \dots, 255\}$.

Exercice 5 Montrez que la variable aléatoire \tilde{U} a pour densité $\frac{1}{256}\theta + (1 - \theta)h_u$.

Ce type de raisonnement peut s'adapter à d'autres types de bruit.

2.7 Contraste et carte topographique

La principale propriété d'un changement de contraste strictement croissant est qu'il ne change pas le contenu "géométrique" d'une image, c'est à dire qu'il ne fait pas apparaître ou disparaître des objets dans l'image. Or, mesurer le contenu "géométrique" d'une image peut se faire à l'aide de ce qu'on appelle la *carte topographique* de l'image. Cette représentation a été introduite par Caselles *et al* [CCM99] à la fin des années 90 et constitue une manière élégante de représenter complètement l'information géométrique d'une image tout en restant indépendant de son contraste. Pour la définir, on commence par regarder les ensembles de niveau de l'image.

Définition 4 Les ensembles de niveau supérieur de $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ sont les ensembles

$$\chi_\lambda(u) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2; u(\mathbf{x}) \geq \lambda\},$$

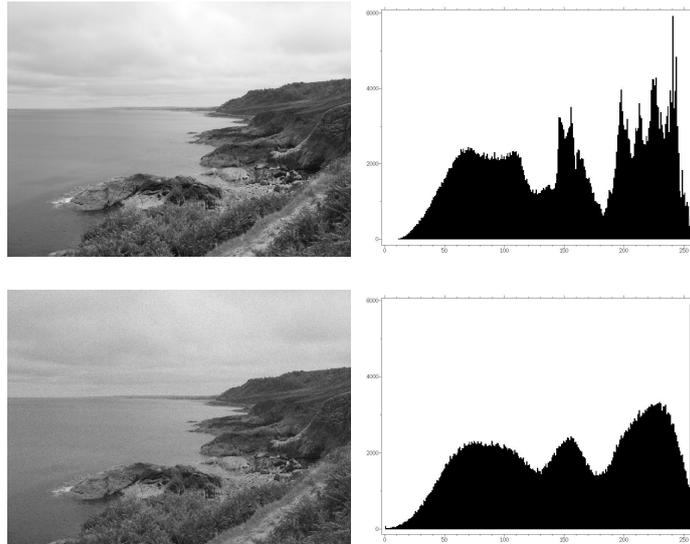


FIGURE 12 – En haut : une image et son histogramme de niveaux de gris. En bas : la même image après ajout d’un bruit blanc gaussien et son histogramme.

où $\lambda \in \mathbb{R}$.

Les ensembles de niveau inférieurs $\chi^\mu(u)$ sont définis de la même manière en inversant l’inégalité.



FIGURE 13 – En rouge, deux ensembles de niveau inférieur de l’image de la Figure 1.

Lors d’un changement de contraste, les ensembles de niveau sont préservés dans leur ensemble : si g est strictement croissante, $\chi_{g(\lambda)}(g \circ u) = \chi_\lambda(u)$ (un ensemble de niveau λ pour u devient un ensemble de niveau $g(\lambda)$ pour $g(u)$). Par ailleurs, l’image u peut être totalement reconstruite à partir de ses ensembles de niveau (principe de superposition),

$$\forall x \in \Omega, u(x) = \sup\{\lambda \mid x \in \chi_\lambda(u)\}.$$

L’ensemble des composantes connexes des ensembles de niveau supérieur (resp. inférieur) a une structure d’arbre. Ces deux arbres peuvent être fusionnés en une structure unique que l’on "**arbre des formes**". Les "formes" sont des composantes connexes d’ensemble de niveau dont on a bouché les "trous". Si u est suffisamment régulière, on peut alors définir ses lignes de niveau comme les composantes connexes des bords topologiques de ces formes (voir la Figure 14).

Le nom de “carte topographique” vient de l’analogie avec la géographie, où on peut voir $u(x, y)$ comme la mesure de l’élévation du terrain (niveau au dessus de la mer) au point de coordonnées (x, y) .

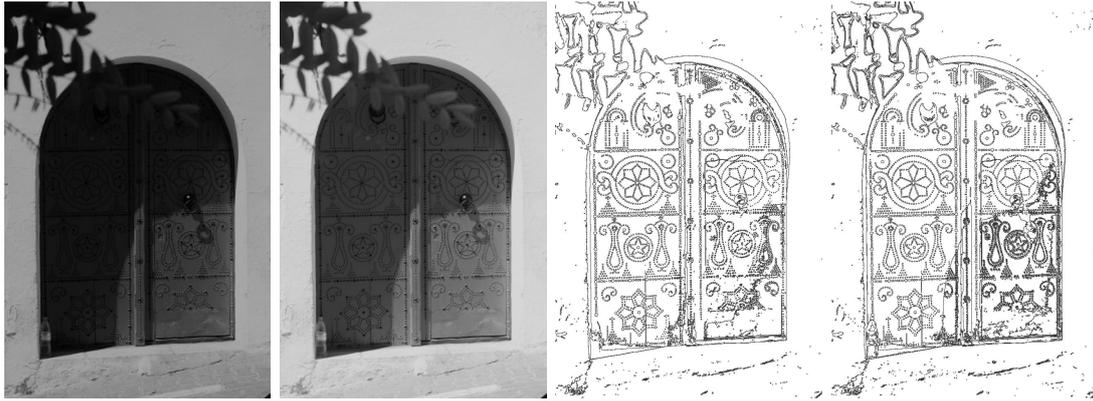


FIGURE 14 – Sur la gauche, deux images contenant la même information géométrique. Chaque image peut être obtenue par un changement de contraste bien choisi de l’autre image. Sur la droite, quelques lignes de niveau des deux images. Les petites différences qui peuvent être observées entre les lignes sont dues à la quantification.

Remarque : l’étude de la carte topographique des images est très liée à la morphologie mathématique. Si l’on introduit des opérateurs $T : \mathbb{R}^\Omega \rightarrow \mathbb{R}^\Omega$ tels que $T(g \circ u) = g \circ T(u)$ pour toute fonction g croissante, on peut montrer que de tels opérateurs agissent en réalité sur les ensembles de niveau de l’image. Voir par exemple la référence [Ser83] pour une introduction sur le sujet.

3 Quantification

Quantifier une image consiste à réduire l’ensemble $Y = \{y_0, \dots, y_{n-1}\}$ des valeurs de gris (ou des couleurs) qu’elle peut prendre à un ensemble de valeurs quantifiées $\{q_0, \dots, q_{p-1}\}$, tel que $p < n$. Cette opération est utile en particulier lorsque n est trop grand pour permettre la visualisation des images sur un écran (écrans d’ordinateurs, écrans de mobiles, de consoles, etc.) : elle permet par exemple de représenter une image qui contient $n = 256$ niveaux de gris sur un écran qui ne peut en représenter que $p = 4$ (cas des premières consoles de jeux à la fin des années 80) ; aujourd’hui, c’est une étape essentielle pour représenter des images HDR, qui contiennent plus de 8 bits par canal de couleur, sur des écrans classiques. La quantification permet également d’obtenir des images moins lourdes à stocker, à gérer ou à transmettre. Enfin, ce processus de quantification est au cœur du fonctionnement des appareils photo numériques.

3.1 Opérateurs de quantification

Définition 5 Un opérateur de quantification Q est entièrement défini par la donnée des valeurs $(q_i)_{i=0, \dots, p-1}$ et des bords $(t_j)_{j=0, \dots, p}$ tels que

$$t_0 \leq q_0 \leq t_1 \leq q_1 \leq \dots \leq q_{p-1} \leq t_p.$$

Q est défini par $Q(\lambda) = q_i$ si $t_i \leq \lambda < t_{i+1}$.

On décrit dans ce qui suit quelques exemples d’opérateurs de quantification (voir les Figures 15 et 16).

Quantification uniforme : l'ensemble Y est divisé en intervalles réguliers. Si $Y = \{0, \dots, 255\}$ et que p est un diviseur de 256, alors

$$t_i = i \frac{256}{p}, \quad i = 0, \dots, p \quad \text{et} \quad q_i = \frac{t_i + t_{i+1}}{2} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \frac{256}{p}.$$

Quantification suivant l'histogramme : $t_i = \min\{\lambda; H_u(\lambda) \geq \frac{i}{p}\}$, les q_i sont les moyennes ou barycentres des intervalles $[t_i, t_{i+1}]$. Cette opération revient à égaliser l'histogramme avant de le quantifier uniformément.

Quantification de Lloyd-Max : consiste à minimiser l'erreur aux moindres carrés

$$MSQE = \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{y_j \in [t_i, t_{i+1}[} h_i(y_j - q_i)^2.$$

En pratique, cette quantification utilise un algorithme itératif de type k-means 1D.

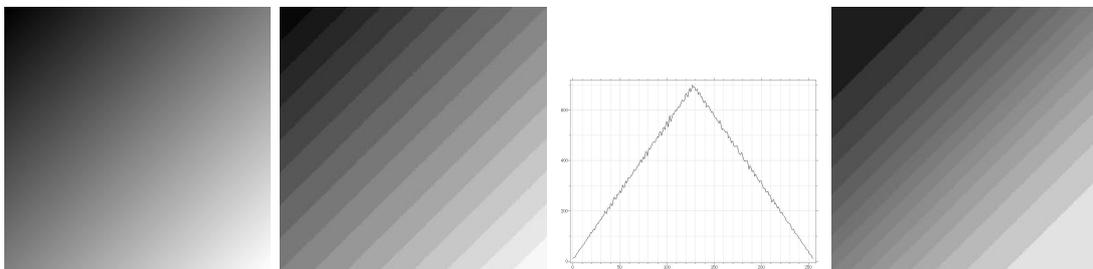


FIGURE 15 – Exemple sur un dégradé. De gauche à droite : image d'origine (8 bits), image quantifiée uniformément sur 16 niveaux (3 bits), histogramme de l'image, image quantifiée sur 16 niveaux selon son histogramme.



FIGURE 16 – De gauche à droite : quantification uniforme, suivant l'histogramme et Lloyd-Max

Un mot sur la quantification couleur : Les images numériques couleur ont trois valeurs par pixel : une valeur de rouge, une valeur de bleu et une valeur de vert. Ces valeurs peuvent donc être représentées dans un cube RGB qui contient 256^3 valeurs possibles pour les images codées

sur 8 bits par canal. Observons qu'il existe d'autres espaces de représentation de la couleur (HSV, CIELab, etc.).

Toute méthode de **clustering** peut convenir pour quantifier une image couleur : on associe à chaque groupe la couleur de son barycentre. Par exemple, des logiciels comme Gimp ou Photoshop utilisent un algorithme de Median Cut pour quantifier les couleurs des images.

3.2 Dithering

Le principe du dithering est d'améliorer le rendu de la quantification en ajoutant du bruit à l'image avant de la quantifier. Cette opération est très utilisée dans le domaine de l'impression (journaux, etc...), mais également sur certains écrans d'ordinateurs.

Prenons le cas de la quantification sur deux niveaux de gris, aussi appelée binarisation. On remplace toutes les valeurs de gris inférieures à un seuil λ par 0 et toutes celles supérieures à λ par 255. Sans ajout de bruit, une zone constante de valeur λ_0 dans l'image sera uniformément blanche (égale à 255). Si par contre on ajoute un bruit B i.i.d. de densité p_B à l'image u avant la binarisation, alors en un pixel donné x on a

$$F[\lambda, x] := P[u(x) + B(x) > \lambda] = P[B(x) > \lambda - u(x)] = \int_{\lambda - u(x)}^{+\infty} p_B(s) ds,$$

qui est une fonction croissante de la valeur $u(x)$. Donc, dans une zone de l'image où u est constante et égale à λ_0 , le nombre de pixels de la zone qui passent à 255 est (en moyenne) une fonction croissante de λ_0 . Plus une zone est claire, plus elle contiendra de points blancs.

Ce phénomène est illustré par les Figures 17 et 18.



FIGURE 17 – De gauche à droite (extraits) : image d'origine, image binarisée, dithering sur 2 niveaux.

3.3 Images à forte dynamique (HDR Imaging)

On a vu que les capteurs des appareils numériques avaient une plage dynamique limitée, à cause du bruit électronique d'une part, et de la capacité de stockage limitée des photosites d'autre part. En conséquence, dès que la scène photographiée contient à la fois des zones très lumineuses et des zones très sombres, les capteurs ont tendance à saturer dans les zones claires et à être en dessous du bruit électronique dans les zones sombres, créant de ce fait des régions plates à 255 ou 0 dans l'image capturée. Evidemment, ces deux phénomènes dépendent du temps d'exposition utilisé lors de la prise de vue : plus ce temps est long, plus les zones claires auront tendance à saturer et plus les zones sombres auront tendance à être détaillées et bien reproduites, et inversement si le temps d'exposition est trop court.



FIGURE 18 – De gauche à droite (extraits) : image d’origine, quantification sur 10 niveaux, dithering sur 10 niveaux

Pour pallier ce phénomène, il devient de plus en plus courant d’essayer de capturer des images à grande dynamique, soit à l’aide de capteurs appropriés, soit en combinant plusieurs images de la même scène prises avec différents temps d’exposition (voir la Figure 19). Cette technique suppose que le sujet photographié soit statique, ou, le cas échéant, de détecter le mouvement et de le compenser afin d’éviter l’apparition d’objets fantômes. La création et l’utilisation d’images HDR constitue un sujet de recherche très dynamique actuellement.

Soulignons qu’une fois l’image HDR obtenue, se pose également le problème de sa visualisation sur un écran standard, qui ne peut restituer que 256 niveaux par canal de couleur. Ce problème de réduction de dynamique est désigné par le terme *tone mapping*. Depuis peu, des moniteurs à forte dynamique (16 bits) se démocratisent également.

Pour plus d’information sur le sujet, on pourra consulter l’ouvrage [Rei06].



FIGURE 19 – Exemple d’image HDR obtenue en combinant différents temps d’exposition. Image extraite du livre "High dynamic range imaging : acquisition, display, and image-based lighting", de Reinhard et al. (2005), édité par Elsevier.

4 Égalisation mi-chemin et correction du flicker dans les films

L’idée de l’égalisation mi-chemin (ou *midway equalization*) est de donner à une paire d’images une même distribution de niveau de gris, intermédiaire entre leurs histogrammes d’origine, tout

en préservant au mieux leurs histogrammes de départ. Ce type d'égalisation s'avère particulièrement utile pour comparer deux images de la même scène (stéréo, imagerie satellitaire, imagerie médicale), et peut également s'étendre à des collections d'images pour des applications telles que la réduction du *flicker* dans les films.

4.1 Midway ou égalisation mi-chemin entre deux images

Soient deux images u_1 et u_2 , dont on suppose qu'elles prennent leurs valeurs dans le même ensemble $Y = \{y_0, \dots, y_{n-1}\}$. Soient h_1 et h_2 leurs histogrammes de niveau de gris et H_1 et H_2 les histogrammes cumulés correspondants. Afin d'égaliser le contraste entre u_1 et u_2 , une solution "naïve" peut consister à appliquer un changement de contraste à chaque image afin que leurs histogrammes coïncident avec l'histogramme moyen $\frac{h_1+h_2}{2}$. Cette solution est généralement peu satisfaisante : si u_1 et u_2 ont des histogrammes unimodaux, centrés en m_1 et m_2 , l'histogramme moyen contient deux modes, l'un en m_1 et l'autre en m_2 . Il est plus naturel de définir un histogramme intermédiaire comme unimodal et centré en $\frac{m_1+m_2}{2}$ (cf Figure 20).

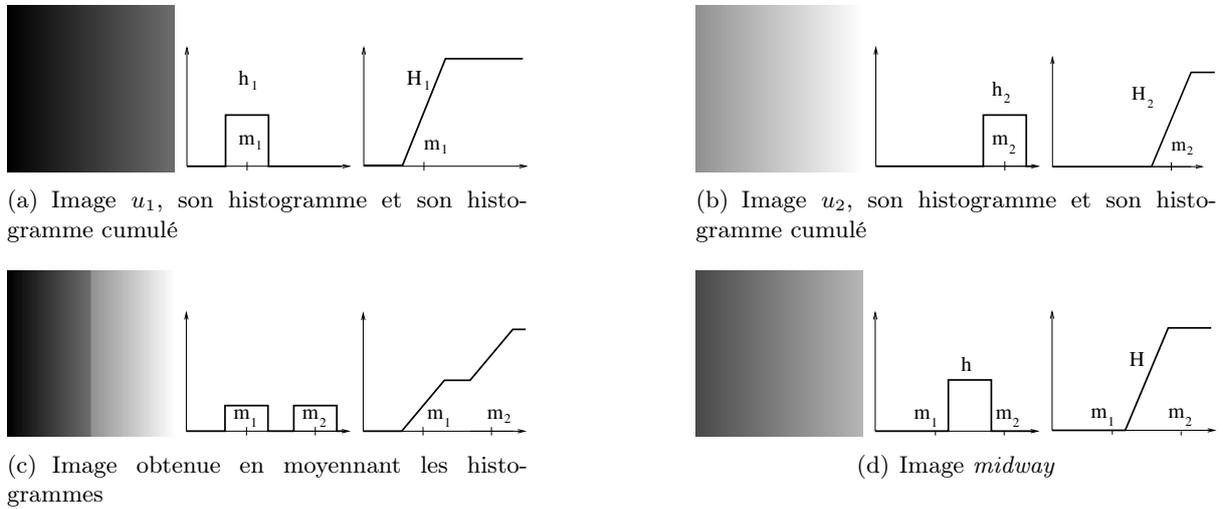


FIGURE 20 – Différence entre moyenne arithmétique et moyenne harmonique des histogrammes cumulés. Exemple sur deux dégradés.

Comme montré dans [Del04], une définition satisfaisante de l'histogramme mi-chemin entre deux histogrammes de niveau de gris est donnée par la moyenne harmonique entre les histogrammes cumulés H_1 et H_2 , c'est-à-dire

$$H_{midway} = \left(\frac{H_1^{-1} + H_2^{-1}}{2} \right)^{-1}.$$

Remarque : l'intérêt d'utiliser le pseudo-inverse strict vient du fait que $(H_1^{-1})^{-1} = H_1$, ce qui n'est pas vrai pour $(H_1^{[-1]})^{[-1]}$. Dans la pratique, lorsqu'on applique cette transformation à des images naturelles, ce détail a peu d'importance.

Les changements de contraste qui doivent être appliqués à u_1 et u_2 sont alors respectivement $g_1(x) = \frac{1}{2}(x + H_2^{[-1]} \circ H_1(x))$ pour u_1 et $g_2(x) = \frac{1}{2}(x + H_1^{[-1]} \circ H_2(x))$ pour u_2 . La Figure 21 illustre cette opération.

Le propriétés de cette distribution mi-chemin sont les suivantes :

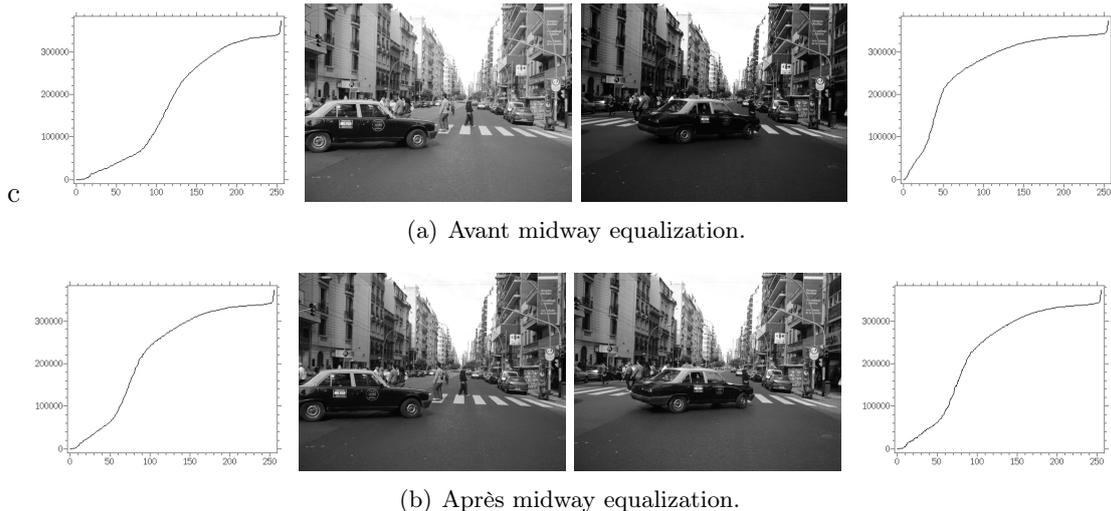


FIGURE 21 – En haut : deux images et leurs histogrammes cumulés respectifs. En bas : les mêmes images et histogrammes après égalisation mi-chemin.

- les images $g_1(u_1)$ et $g_2(u_2)$ ont des histogrammes cumulés quasi-identiques (voir exercice ci-dessous) ;
- s'il existe une image u_0 et deux changements de contraste f_1 et f_2 tels que $u_1 = f_1(u_0)$ et $u_2 = f_2(u_0)$, alors H_{midway} est l'historgramme cumulé de $(u_1 + u_2)/2$.
- les niveaux de gris ayant le même rang dans les deux images sont moyennés entre eux.

Exercice 6 *Trouver des conditions simples sur H_1 et H_2 pour que les histogrammes cumulés de $g_1(u_1)$ et $g_2(u_2)$ soient parfaitement identiques.*

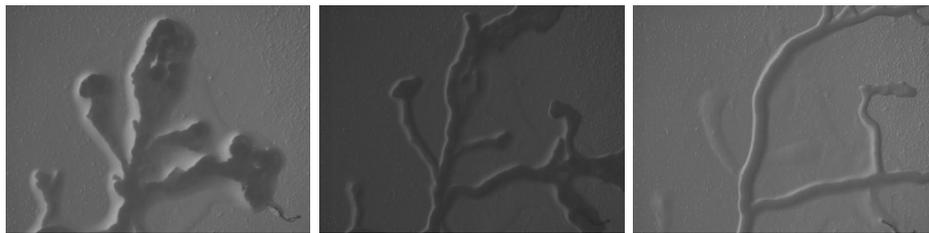
Exercice 7 *En pratique, pour calculer rapidement l'égalisation mi-chemin entre deux images de même taille N , on peut créer deux vecteurs v_1 et v_2 de longueur N , et contenant respectivement les niveaux de gris ordonnés des images u_1 et u_2 . On calcule la moyenne v entre ces deux vecteurs, et on affecte à chaque pixel de u_1 (resp. u_2) le niveau de gris de l'élément de même rang que lui dans le vecteur v .*

1. *Ecrire un code matlab (ou octave) qui effectue cette opération.*
2. *Observez que cette méthode n'est pas adaptée pour des images de tailles différentes, comment la généraliser à ce cas ?*
3. *Cette méthode ne respecte pas la propriété que deux pixels ayant le même niveau de gris dans l'image d'origine conservent cette propriété dans l'image transformée. Comment peut-on modifier l'algorithme pour que cette propriété soit respectée ?*

4.2 Réduction du flicker dans les films

Le *papillonnage* ou *flicker* est un artefact présent dans les vieux films, mais aussi dans de nombreuses vidéos (vidéo amateur, ou vidéo-surveillance). Il se caractérise par des variations brutales de contraste et/ou de luminosité d'une image à l'autre. Les causes principales du *flicker* présent dans les vieux films sont la dégradation chimique du support et le fait que lorsque la pellicule du film était entraînée manuellement, le temps d'exposition n'était pas toujours le

même d'une image à l'autre. Le phénomène de *flicker* observé dans certaines vidéos récentes vient principalement d'un problème de mauvais (ou faible) échantillonnage en temps (c'est à dire que la durée du temps entre la prise de deux images successives n'est pas constante). Contrairement à d'autres artefacts observés dans les vieux films (rayures, poussières, etc.), le *flicker* ne fait pas apparaître de nouvelles structures saillantes dans les images. Sa particularité est donc d'être transparent, voire quasiment "invisible" sur une seule image. Seul le visionnage des images successives du film permet de se rendre compte de sa présence. Ceci est illustré par la Figure 22 (les séquences complètes sont disponibles à l'adresse http://www.tsi.enst.fr/~delon/Demos/Flicker_stabilization/). Les méthodes de correction du *flicker* doivent par conséquent impérativement utiliser la comparaison avec les images suivantes et précédentes du film. En aucun cas, la restauration ne peut se faire pour chaque image indépendamment des autres. Le *flicker* peut affecter de façon globale toute une image, mais il peut aussi être localisé



(a) Trois images de la séquence *Physarum*.



(b) Trois images de la séquence *Les Aventures des Pieds Nickelés*, Emile Cohl/Eclair, 1917-1918 (copyright : Marc Sandberg).



(c) Trois images de la séquence *Taxi*, avec un flicker local synthétique.

FIGURE 22 – Images extraites de trois séquences contenant (a), (b) un flicker réel ou (c) un flicker synthétique.

seulement sur une partie de l'image. Au centre de la Figure 22 (c), on peut observer une image de la séquence *taxi*, altérée par un voile sombre qui traverse l'image en diagonale. Ce voile est difficilement perceptible sur une image isolée, mais devient extrêmement gênant s'il se déplace lorsqu'on visualise le film en mouvement. On parle alors de *flicker* local. Ainsi, les méthodes de correction du *flicker* peuvent se ranger en deux catégories : celles qui cherchent à résoudre le problème de façon globale et celles qui cherchent à le résoudre de façon locale. Les méthodes globales ont généralement l'avantage d'être robustes aux différents mouvements, tremblements ou bruits éventuels. Les méthodes locales quant à elles peuvent prendre en compte des changements

de contraste locaux, mais elles sont alors *a priori* dépendantes de l'estimation du mouvement. Le mouvement est en effet une des principales difficultés dans le problème de correction du *flicker* : en première approximation, la variation de niveau de gris d'un pixel au cours du temps peut-être soit dûe au *flicker* (et il faut alors la corriger), soit dûe au mouvement et c'est alors une variation "normale" qu'il faut conserver. Observons que d'autres défauts, comme par exemple les poussières, rayures ou tremblements, inhérents aux films anciens, peuvent entraver la correction du *flicker*.

4.2.1 Flicker global

Pour corriger le flicker global, on peut étendre la notion d'égalisation *midway* à une série d'images. La proposition suivante donne la forme canonique d'une méthode de réduction du *flicker* lorsqu'on suppose certains axiomes élémentaires.

Proposition 6 [Del06] Soit $(u_t)_{t \in \mathbb{R}}$ un film et H_t les histogrammes discrets des images du film. Soit STE un opérateur de correction du flicker qui suit les axiomes suivants :

- STE agit comme un changement de contraste sur chaque image,
- pour tout λ , l'action de STE sur les ensembles de niveau inférieurs $\chi_\lambda(t)$ des images ne dépend pas de son action sur les ensembles de niveau supérieurs $\chi^\lambda(t)$,
- STE agit sur les films spatialement constants (les films dont chaque image est une image constante, la constante variant dans le temps) comme une scale-space linéaire, c'est-à-dire comme la convolution avec un noyau gaussien (voir [Lin97]).

Alors il existe un paramètre d'échelle σ tel que l'opérateur STE envoie l'histogramme de u_t sur l'histogramme "midway" \mathbb{H}_t défini par

$$\mathbb{H}_t^{-1}(k) = \int \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(t-s)^2/2\sigma^2} H_s^{-1}(k) ds. \quad (3)$$

On observera qu'un tel opérateur est indépendant de l'origine et du sens de projection du film : il commute avec les translations et les symétries en temps. Cette méthode de réduction du *flicker* est très simple à mettre en oeuvre et donne de bons résultats dès lors que le *flicker* que l'on souhaite corriger agit bien globalement sur le film (voir par exemple la Figure 23). Cependant, il est bien évident qu'une méthode agissant comme un changement de contraste global sur chaque image du film ne peut pas éliminer un *flicker* local comme celui présent dans les exemples de la Figure 22.

4.2.2 Flicker local

Pour corriger le flicker localement, on peut appliquer la même méthode à des imagettes (des *patches*), dont on aura préalablement cherché les meilleures correspondantes dans les images précédentes et suivantes du film.

Soit u un film dégradé par du *flicker*. Soit Λ est un patch carré centré en 0, on note Λ_x le même patch centré en x , soit $x + \Lambda$. Pour u_t image du film et pour $x \in \Omega$, on regarde une imagette de la forme $u_t(\Lambda_x)$ centrée en x . On note H_{t,Λ_x} son histogramme cumulé. On suppose que l'on a une estimation du mouvement : si x est un pixel de l'image u_t , on note $\varphi_{t,s}(x)$ son pixel correspondant dans l'image u_s . Cette estimation du mouvement peut par exemple avoir été déterminée par *block-matching* (on recherche le point de l'image u_s dont le voisinage ressemble le plus à celui de x dans u_t), à l'aide d'une distance D entre voisinages robuste aux changements de contraste.

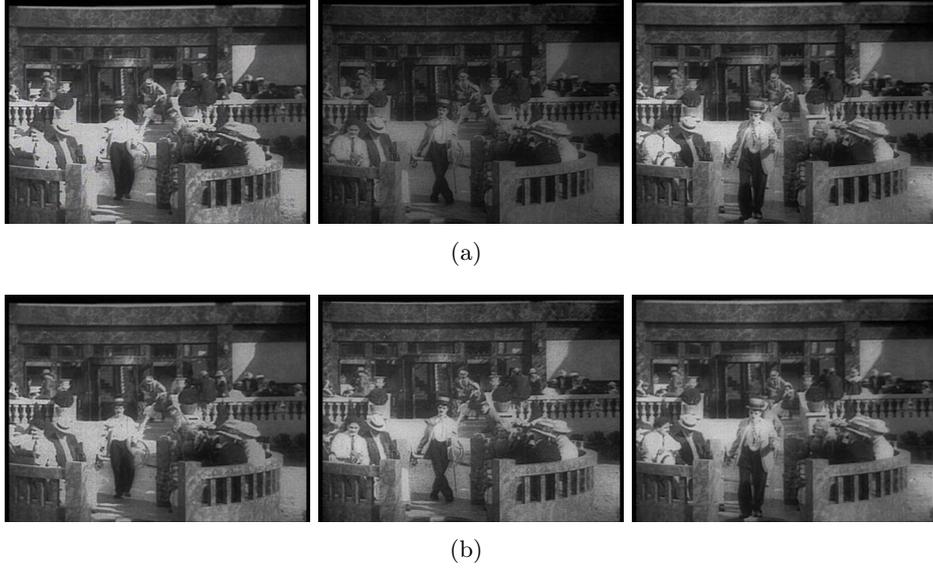


FIGURE 23 – Trois images du film *The Cure* de Charlie Chaplin (a) avant et (b) après correction globale du *flicker* par l'équation (3).

L'opérateur LStab de correction du *flicker* local est alors défini comme

$$\text{LStab}[u_t](x) = \frac{1}{\tilde{Z}_{t,x}} \int_s e^{-(t-s)^2/2\sigma^2} w_{t,x}(s, \varphi_{t,s}(x)) \underbrace{H_{s, \Lambda_{\varphi_{t,s}(x)}}^{-1} \left(\underbrace{H_{t, \Lambda_x}(u_t(x))}_{\text{rang de } x \text{ dans le patch } u_t(\Lambda_x)} \right)}_{\text{niveau de gris du pixel de même rang que } x \text{ dans } u_s(\Lambda_{\varphi_{t,s}(x)})} ds, \quad (4)$$

où

- la fonction de pondération $w_{t,x}$ est donnée par

$$w_{t,x}(s, y) = e^{-D^2(u_t(\Lambda_x), u_s(\Lambda_y))/h^2}$$

avec D distance entre imagettes ayant la propriété d'être "insensible" aux changements de contraste créés par le flicker ;

- $\tilde{Z}_{t,x}$ est la constante de renormalisation finale qui assure que la somme totale de tous les poids vaut 1 :

$$\tilde{Z}_{t,x} = \int_s e^{-(t-s)^2/2\sigma^2} w_{t,x}(s, \varphi_{t,s}(x)) ds.$$

- h est un paramètre.

Exercice 8 On cherche une distance D qui soit à la fois peu sensible aux changements de contraste et suffisamment robuste pour estimer le mouvement.

1. Soient I et J deux imagettes. Pour chacune des distances suivantes, déterminez les types de changements de contraste auxquels elle est invariante :

- la distance L^2 $D_{L^2}(I, J) = \|I - J\|_2$;
- la distance angulaire $D_{\text{angle}}(I, J)^2 = \|e^{i\theta_I} - e^{i\theta_J}\|_2^2$, où $\theta_I(x)$ représente l'angle du gradient de l'image I au point x ;
- la distance de corrélation $D_{\text{corr}}(I, J)^2 = \frac{1}{2} \left\| \frac{I - \bar{I}}{S_I} - \frac{J - \bar{J}}{S_J} \right\|_2^2$ où \bar{I} est la moyenne des valeurs de l'imagette I et S_I son écart-type ;

- la distance affine $D_{\text{aff}}(I, J) = \max(\min_{a \geq 0, b} \|I - aJ - b\|_2, \min_{a \geq 0, b} \|J - aI - b\|_2)$.
2. Quelle distance vous semble la plus adaptée au problème ? Proposez une alternative.

Quelques résultats Voir les commentaires des Figures 24, 25, 26. D'autres exemples sont disponibles à l'adresse http://www.tsi.enst.fr/~delon/Demos/Flicker_stabilization/. Pour plus de détails sur cette approche et la stabilisation des phénomènes de flicker dans les séquences d'images, on pourra consulter [DD10].

Références

- [CCM99] V. Caselles, B. Coll, and J.-M. Morel. Topographic maps and local contrast changes in natural images. *International Journal of Computer Vision*, 33(1) :5–27, 1999.
- [CLMS99] V. Caselles, J.L. Lisani, J.M. Morel, and G. Sapiro. Shape preserving local histogram modification. *IEEE Transactions on Image Processing*, 8(2) :220–230, February 1999.
- [DD10] J. Delon and A. Desolneux. Stabilization of flicker-like effects in image sequences through local contrast correction. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2010.
- [Del04] Julie Delon. Midway image equalization. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 21(2) :119–134, 2004.
- [Del06] Julie Delon. Movie and video scale-time equalization application to flicker reduction. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(1) :241–248, 2006.
- [Kan80] G. Kanizsa. *Grammatica del vedere*. Il Mulino, Bologna, 1980.
- [Lin97] T. Lindeberg. On the axiomatic foundations of linear scale-space : Combining semi-group structure with causality vs. scale invariance. In Kluwer Academic Publisher, editor, *Gaussian Scale-Space Theory*, pages 75–98, 1997.
- [PAA⁺87] Stephen M. Pizer, E. Philip Amburn, John D. Austin, Robert Cromartie, Ari Gesselowitz, Trey Greer, Bart Ter Haar Romeny, and John B. Zimmerman. Adaptive histogram equalization and its variations. *Comput. Vision Graph. Image Process.*, 39(3) :355–368, 1987.
- [Rei06] E. Reinhard. *High dynamic range imaging : acquisition, display, and image-based lighting*. Morgan Kaufmann, 2006.
- [Ser83] J. Serra. *Image analysis and mathematical morphology*. Academic Press, Inc. Orlando, FL, USA, 1983.
- [Vil03] C. Villani. *Topics in optimal transportation*. American Math. Soc., 2003.



(a) Flicker synthétique aléatoire.



(b) Même images après stabilisation avec l'opérateur LStab, avec $h = 30$.

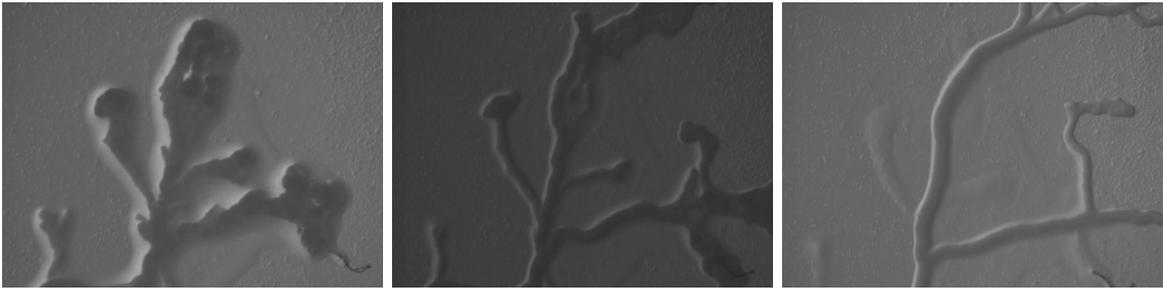


(c) Flicker synthétique avec mouvement cohérent (une ombre se déplace sur le film).

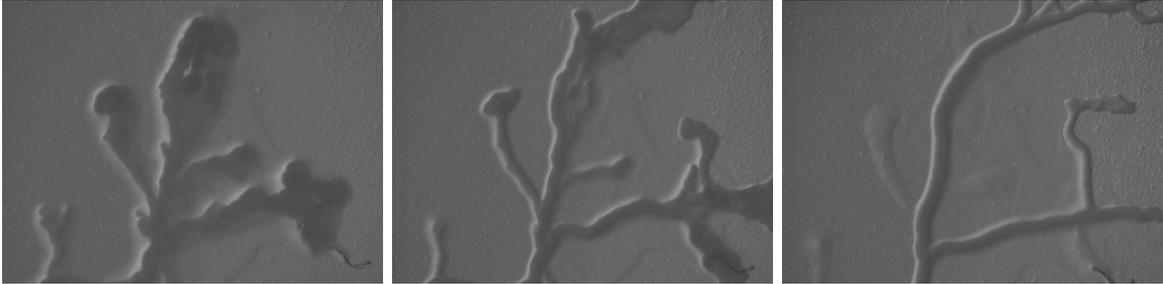


(d) Même images après stabilisation avec l'opérateur LStab, $h = 30$.

FIGURE 24 – (a) Quatre images du film *taxi* auquel on a ajouté un flicker local aléatoire, sous la forme de changements de contraste locaux dont la position est indépendante d'une image à l'autre. (b)Même images après stabilisation avec l'opérateur LStab. (c) Quatre images du film *taxi* auquel on a ajouté un flicker local consistant en une ombre diagonale qui se déplace de manière cohérente sur le film. (d) Même images après stabilisation avec l'opérateur LStab.

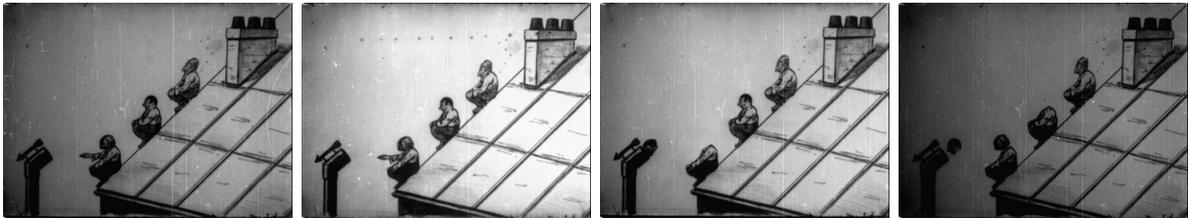


(a) Images 1, 42 et 170 de la séquence biologique *Physarum*.

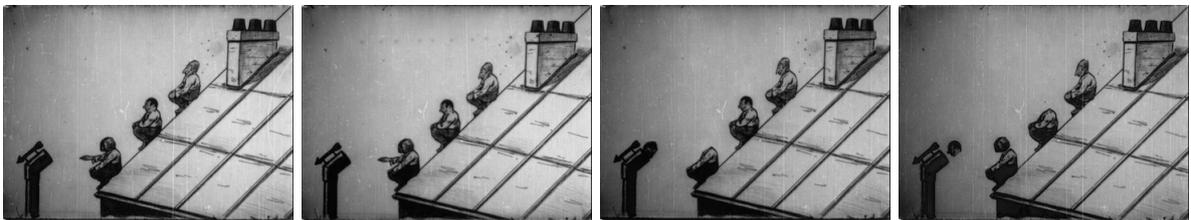


(b) Images 1, 42 et 170 de la séquence biologique *Physarum*, après stabilisation avec l'opérateur STE+SLStab, $h = 10$.

FIGURE 25 – (a) Trois images de la séquence *Physarum*, montrant un champignon qui se déplace. (b) Même images après l'application successive des opérateurs STE et SLStab (Equation (4)), avec $h = 10$.



(a) Images de la séquence d'origine.



(b) Même images après stabilisation STE + LStab, $h = 30$.

FIGURE 26 – (a) Quatre images du film *Les Aventures des Pieds Nickelés*, Emile Cohl/Eclair (1917-1918, copyright : Marc Sandberg), qui souffre de flicker local. (b) Même images après une correction globale par STE, suivie d'une correction local par LStab, avec $h = 30$.