

Algorithmie Avancée

TP/TD Représentation par matrice d'adjacences

A. Document [Algo_TD.pdf](#)

Vous traiterez les exercices **1.1 à 1.3.**

B. Structure de données : la matrice d'adjacence et coloration de graphes

On veut implémenter en C l'algorithme de coloration de Welsh-Powell en utilisant la structure de donnée dite de matrice d'adjacence (*int **adjacence*) pour représenter des graphes.

1) Que manque-t-il dans la fonction `welshPowell` ? Compléter cette fonction, en définissant si besoin des fonctions auxiliaires en dehors.

2) Écrivez un programme de test qui illustre l'algorithme de coloration dans deux cas de graphes : un cas où le nombre de couleurs est le nombre chromatique ; un cas où le nombre de couleurs est nettement supérieur au nombre chromatique. Les graphes seront exportés au format DOT. Prenez de préférence des graphes différents de ceux vus en cours et TD et expliquez la démarche par laquelle vous avez imaginé et construit vos exemples.

Exercices supplémentaires (optionnels)

Exercice 1 - Démontrer: Soit T un graphe avec n sommets. Démontrer que les propriétés suivantes sont équivalentes si l'on prend comme définition d'un arbre la Définition 1 donnée dans l'Exercice 2

- (1) T est un arbre.
- (2) T est un graphe connexe et acyclique.
- (3) T est un graphe connexe avec $n-1$ arêtes.
- (4) T est un graphe acyclique avec $n-1$ arêtes.

Exercice 2 - Jongler avec les arbres : Considérons **trois définitions** d'un arbre.

Définition 1 :

Un arbre T est un graphe :

- qui est simple.
- et tel que pour tout couple (u, v) de sommets de T (avec u différent de v), il existe un chemin simple (et un seul) de u à v .

On rappelle que cette définition repose sur les deux propositions suivantes :

Proposition 1.

S'il y a un chemin de v à w dans le graphe G , alors il y a aussi chemin simple de v à w .

Proposition 2.

S'il y a un cycle dans G alors il y a un cycle simple dans G .

Définition 2 :

Un graphe non-orienté connexe et acyclique est appelé un arbre.

Définition 3 :

Un arbre est un graphe connexe minimal. C'est-à-dire que toute suppression d'arêtes le rend non connexe.

En vous basant sur les définitions précédentes, démontrer le théorème suivant (en démontrant que les propriétés sont équivalentes).

Théorème - Les propriétés suivantes sont équivalentes.

- (a) A est un arbre.
- (b) A ne contient aucun circuit et possède $n-1$ arêtes.
- (c) T est un arbre. A est connexe et possède $n-1$ arêtes.
- (d) T est un arbre. A est connexe, et chaque arête est un pont.
- (e) T est un arbre. Deux sommets quelconques de A sont reliés par un unique chemin.