

**Première partie**

**Mesure du flot optique**



## Chapitre 3

# Le flot optique

### Introduction

La mesure du flot optique est une étape de traitement de l'image dite de bas niveau. On lui trouve de nombreuses applications comme l'analyse de mouvements de fluides en physique expérimentale, la compression de séquences d'images vidéo par compensation de mouvement, ou son utilisation pour des phases de traitement des images de plus haute niveau, comme la reconstruction de scènes tridimensionnelles.

Le terme de flot optique a été inventé par le psychologue James Jerome GIBSON dans une étude sur la vision humaine. En 1980, HORN et SCHUNCK [HS80, HS81] ont proposé une méthode d'estimation du flot optique basée sur la régularisation. Ce premier travail a été suivi d'un grand nombre de contributions qui ont proposé différentes méthodes alternatives. Pour n'en citer que quelques unes, nous pouvons parler des méthodes de filtrage spatio-temporel, basées sur les travaux de ADELSON et BERGEN [AB85], qui sont divisées en deux branches suivant que l'énergie [Hee88] ou la phase [FJ90] de la sortie des filtres est utilisée pour effectuer l'estimation. On peut également les techniques d'appariement par blocs [BA83, BYX83, Ana89]. En 1994, BARRON, FLEET et BEAUCHEMIN [BFB94] ont fait un inventaire exhaustif des méthodes existantes.

De nombreux auteurs ont vite compris l'avantage qu'il y avait à effectuer une mesure multi-échelles du mouvement. Pratiquement toutes les méthodes ont une déclinaison multi-échelles. Le gain est de réduire la complexité de calcul pour les méthodes d'appariement, et d'augmenter la gamme des déplacements mesurables pour les méthodes basées sur des filtres en éliminant un choix a priori de paramètre d'échelle qui limitait cette gamme de mesures.

Les travaux exposés dans la suite ont été motivés par le fait que les ondelettes sont un outil idéal d'analyse multi-échelles d'un signal. Une base d'ondelettes discrètes a tout d'abord naturellement une structure multi-échelles. De plus, les calculs sous-jacents peuvent être réalisés en des temps très courts grâce à l'existence d'un algorithme de transformation rapide en ondelettes.

### 3.1 Estimation différentielle projetée du flot optique

Une séquence d'images est une fonction réelle  $I(t; x_1, x_2)$  de trois variables  $t$ ,  $x_1$  et  $x_2$  que nous supposons pour l'instant continues. Nous utiliserons les notations agrégées  $\mathbf{x}$  pour  $(x_1, x_2)$  et  $\mathbf{x}(t)$  pour  $(x_1(t), x_2(t))$ . Le modèle mathématique standard utilisé pour trouver des équations qui définissent le flot optique est basé sur un hypothèse d'illumination constante : un point réel

$$[X_1(t) \ X_2(t) \ X_3(t)]$$

de la scène est projeté sur le plan image de la caméra au point  $(x_1(t), x_2(t))$

$$[ \ X_1(t) \ X_2(t) \ X_3(t) \ ] \mapsto (x_1(t), x_2(t)) \quad \text{au temps } t$$

Le flot optique au temps  $t$  et au point  $\mathbf{x}(t)$  est alors défini comme la vitesse du point image

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2) = \left( \frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt} \right)$$

L'hypothèse d'illumination constante consiste à dire que la luminosité apparente du point  $(x_1(t), x_2(t))$  au temps  $t$  ne dépend pas du temps  $t$ , ce qui s'écrit

$$I(t; \mathbf{x}(t)) = I_0$$

Le flot optique est donc contraint par l'équation suivante

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \nabla I \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dt} = 0$$

ou encore

$$\mathbf{v} \cdot \nabla I + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (\text{OF})$$

Nous introduisons dès à présent une variante de (OF) qui prend en compte des variations d'illumination. On utilise un modèle de luminosité apparente lambertien.

$$I(t; x_1, x_2) = R(t; x_1, x_2) \times L(t; x_1, x_2)$$

Dans cette formule,  $R$  est la réflectance de la scène, ce que l'on peut voir comme une image qui vérifie l'hypothèse d'illumination constante ci-dessus et donc (OF).  $L$  est un facteur d'illumination qui expliquera les variations locales d'illumination. Pour une source ponctuelle située à une distance finie,  $L$  est le produit

$$L(t; x_1, x_2) = \frac{L_0}{d^2} \cos i$$

où  $i$  est l'angle d'incidence de la lumière qui éclaire l'objet, et  $d$  est la distance entre la source et l'objet. Les changements d'illumination sont donc causés par les mouvements relatifs entre la source lumineuse et l'objet. Nous allons supposer que ces changements ont des variations lentes en espace. Ceci consiste à faire l'hypothèse que les dérivées spatiales  $\partial L / \partial x$  and  $\partial L / \partial y$

sont négligeables. Une telle hypothèse pourra être mise en défaut lorsque la scène comprend des ombres projetées dures, auquel cas les contours de ces ombres n'ont pas des variations lentes en espace.

En dérivant, on obtient

$$\begin{aligned}\frac{dI}{dt} &= \frac{dR}{dt}L + R\frac{\partial L}{\partial t} \\ &= 0 + R\frac{\partial \log L}{\partial t}L\end{aligned}$$

soit donc une équation du flot optique modifiée qui prend en compte des changements locaux de l'éclaircissement:

$$\frac{\partial I}{\partial x_1}v_1 + \frac{\partial I}{\partial x_2}v_2 + \frac{\partial I}{\partial t} = \frac{L'}{L}I \quad (\text{OFL})$$

Les paramètres de ce modèle que nous avons l'intention d'estimer sont le flot optique  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$  et la dérivée temporelle du logarithme du facteur d'illumination  $\lambda = \partial \log L / \partial t$ . On constate qu'il n'est pas possible d'estimer le facteur d'illumination  $L$  mieux qu'à une constante multiplicative près, puisqu'une fonction de réflectance  $\theta R$  et un éclaircissement  $L/\theta$  donneront la même image  $I$  que  $R$  et  $L$ . Ceci se traduit par le fait que nous ne mesurons donc que la dérivée du logarithme de  $L$  qui n'est pas modifiée par une multiplication de  $L$  par un facteur constant.

Les équations (OF) ou (OFL) ne peuvent pas être résolues ponctuellement, car en chaque point, on ne dispose que d'une unique contrainte scalaire pour trouver deux inconnues ( $v_1, v_2$ ) ou plus. C'est ce qu'on appelle le *problème d'ouverture*. Tant qu'aucune information supplémentaire n'est disponible sur le flot à estimer, la seule équation dont nous disposons est l'équation (OF) ou (OFL). Le problème est donc *mal posé*.

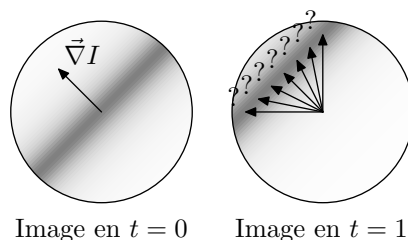


FIG. 3.1 – Illustration du problème d'ouverture. Une image régulière peut être considérée comme localement invariante par translation. Seule la composante parallèle au gradient  $\nabla I$  du déplacement entre  $t = 0$  et  $t = 1$  peut alors être estimée. La composante orthogonale n'est pas mesurable.

Le seul moyen de réduire le nombre de solutions est de faire une hypothèse supplémentaire sur le flot. Ceci s'applique à toutes les techniques de mesure du flot, sans exception.

Par exemple, HORN et SCHUNCK [HS81] ont remplacé le système linéaire non inversible constitué de toutes les équations du flot pour tous les points de mesure  $\mathbf{x}$  possibles en un

système bien posé en faisant l'hypothèse que la « meilleure » solution de ce système est la solution la plus régulière.

En effet, minimiser la fonctionnelle

$$M[\mathbf{v}] = \iint \left( \mathbf{v} \cdot \nabla I + \frac{\partial I}{\partial t} \right)^2 dx_1 dx_2$$

revient à trouver une carte de déplacement  $\mathbf{v}(\mathbf{x})$  qui annule l'équation (OF). HORN et SCHUNCK ajoutent à cette fonctionnelle quadratique une fonctionnelle de régularisation

$$S[\mathbf{v}] = \lambda \iint \|\Delta \mathbf{v}\|^2 dx_1 dx_2$$

où  $\lambda$  est un paramètre positif qui permet d'ajuster l'importance relative de la régularité et de l'adéquation à la contrainte du flot optique (OF). La fonctionnelle totale

$$\iint \left( \mathbf{v} \cdot \nabla I + \frac{\partial I}{\partial t} \right)^2 dx_1 dx_2 + \lambda \iint \|\Delta \mathbf{v}\|^2 dx_1 dx_2$$

est définie positive et a un minimum unique. En tant que telle, cette méthode ne pourra être utilisée pour mesurer des déplacements importants.

Les méthodes basées sur le filtrage spatio-temporel (et sur les filtres de vitesse<sup>1</sup>, cf. Fig. 3.2) [BRRO94, CLF95, FJ90, GD94, Hee88] reposent également sur l'hypothèse que le déplacement est constant sur le support des filtres. Nous allons également devoir faire une hypothèse de ce genre.

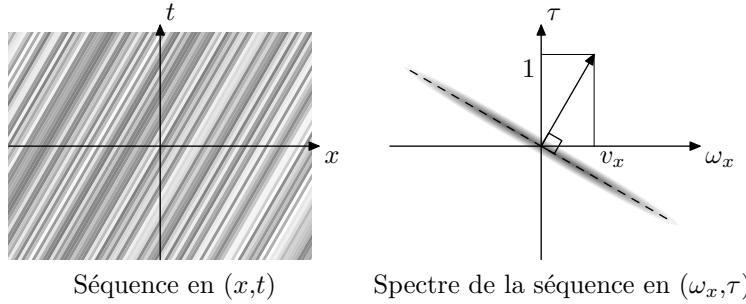


FIG. 3.2 – Illustration du principe de base de la mesure du flot optique par filtrage spatio-temporel. À gauche une séquence d'images en translation uniforme, représentée en fonction des variables d'espace  $x$  et de temps  $t$ . À droite, la transformée de FOURIER spatio-temporelle de cette séquence est localisée sur un hyperplan dont l'inclinaison indique la vitesse de déplacement. Plus précisément, la normale de ce plan est  $(v_x, 1)$ . Ainsi, en identifiant l'inclinaison du plan, on peut retrouver le flot optique  $v_x$ .

1. filtres spatio-temporels dont la réponse n'est grande que pour des séquences vidéo invariantes par translation dans une direction donnée, et qui correspondent donc à un flot optique donné. En anglais *velocity tuned filters*.

Dans ce travail, notre tactique pour contourner le problème d'ouverture est la suivante : nous supposons que nous disposons d'une famille de fonctions  $(\psi^n)_{n=1\dots N}$  de  $L_2(\mathbb{R}^2)$  toutes centrées autour de l'origine  $(0,0)$ , et de contenus fréquentiels différents. Nous faisons le produit scalaire des équations fonctionnelles (OF) ou (OFL) avec ces fonctions translatées  $\psi^n(\mathbf{x} - \mathbf{u})$  pour ainsi obtenir  $N$  équations différentes. Dans le cas le plus simple de (OF), on obtient

$$\iint \left( \frac{\partial I}{\partial x_1} v_1(\mathbf{x}) + \frac{\partial I}{\partial x_2} v_2(\mathbf{x}) + \frac{\partial I}{\partial t} \right) \psi^n(\mathbf{x} - \mathbf{u}) dx_1 dx_2 = 0 \quad \forall n = 1 \dots N \quad (3.1)$$

En utilisant les notations  $\langle f, g \rangle = \iint f(\mathbf{x}) \overline{g(\mathbf{x})} dx_1 dx_2$ , et  $\psi_{\mathbf{u}}^n(\mathbf{x}) = \psi^n(\mathbf{x} - \mathbf{u})$ , on peut écrire

$$\left\langle \frac{\partial I}{\partial x_1} v_1, \psi_{\mathbf{u}}^n \right\rangle + \left\langle \frac{\partial I}{\partial x_2} v_2, \psi_{\mathbf{u}}^n \right\rangle + \left\langle \frac{\partial I}{\partial t}, \psi_{\mathbf{u}}^n \right\rangle = 0 \quad \forall n = 1 \dots N \quad (3.2)$$

Si nous faisons maintenant l'hypothèse (ou approximation) que  $v_1(\mathbf{x})$  et  $v_2(\mathbf{x})$  sont constants sur les supports des  $\psi_{\mathbf{u}}^n$ , i.e.

$$\begin{aligned} v_1(\mathbf{x}) &= v_1(\mathbf{u}) & \forall \mathbf{x} \in \text{support } \psi_{\mathbf{u}}^n, \forall n \\ v_2(\mathbf{x}) &= v_2(\mathbf{u}) & \forall \mathbf{x} \in \text{support } \psi_{\mathbf{u}}^n, \forall n \end{aligned} \quad (A)$$

L'équation (3.2) devient alors

$$\left\langle \frac{\partial I}{\partial x_1}, \psi_{\mathbf{u}}^n \right\rangle v_1(\mathbf{u}) + \left\langle \frac{\partial I}{\partial x_2}, \psi_{\mathbf{u}}^n \right\rangle v_2(\mathbf{u}) + \frac{\partial}{\partial t} \langle I, \psi_{\mathbf{u}}^n \rangle = 0 \quad \forall n = 1 \dots N \quad (3.3)$$

et après une intégration par parties

$$\left\langle I, \frac{\partial \psi_{\mathbf{u}}^n}{\partial x_1} \right\rangle v_1(\mathbf{u}) + \left\langle I, \frac{\partial \psi_{\mathbf{u}}^n}{\partial x_2} \right\rangle v_2(\mathbf{u}) = \frac{\partial}{\partial t} \langle I, \psi_{\mathbf{u}}^n \rangle \quad \forall n = 1 \dots N \quad (3.4)$$

Nous obtenons ainsi un système projeté de  $N$  (typiquement 3 ou plus) équations d'inconnues  $v_1(\mathbf{u})$  and  $v_2(\mathbf{u})$ .

$$\boxed{\begin{cases} \left\langle I, \frac{\partial \psi_{\mathbf{u}}^1}{\partial x_1} \right\rangle v_1(\mathbf{u}) + \left\langle I, \frac{\partial \psi_{\mathbf{u}}^1}{\partial x_2} \right\rangle v_2(\mathbf{u}) &= \frac{\partial}{\partial t} \langle I, \psi_{\mathbf{u}}^1 \rangle \\ \vdots & \vdots \\ \left\langle I, \frac{\partial \psi_{\mathbf{u}}^N}{\partial x_1} \right\rangle v_1(\mathbf{u}) + \left\langle I, \frac{\partial \psi_{\mathbf{u}}^N}{\partial x_2} \right\rangle v_2(\mathbf{u}) &= \frac{\partial}{\partial t} \langle I, \psi_{\mathbf{u}}^N \rangle \end{cases}} \quad (S)$$

que nous pouvons comparer à l'unique équation (OF) valable au point  $\mathbf{x} = \mathbf{u}$  que nous avons au départ. Nous avons ainsi contourné le problème d'ouverture. Ceci n'a pas été gratuit : nous avons dû faire une hypothèse de constance locale du flot pour parvenir à ce système. Sous certaines hypothèses sur la régularité du flot optique, nous pouvons prouver que cette méthode d'approximation est asymptotiquement consistante, c'est à dire que le flot optique

ainsi extrait converge vers le flot réel quand l'échelle tend vers 0. Ce théorème est énoncé en détail en 4.1.2 et prouvé en 5.2.

La motivation d'une telle approche est multiple. Cette approche est attractive parce que nous pouvons extraire par le vecteur de déplacement localement, et ce avec une formule presque explicite (l'inversion d'un système linéaire à 2 ou 3 inconnues, ce qui n'a rien à voir avec le système linéaire global que résolvent HORN et SCHUNCK). Par comparaison avec les méthodes d'appariement, cette méthode n'a pas de limite inférieure de résolution. Les mesures peuvent être obtenues au dixième de pixel près, alors que les méthodes d'appariement fonctionnent en général au pixel ou au demi-pixel près. Enfin les coefficients de ce systèmes sont des coefficients d'ondelettes de l'images, et l'ensemble des coefficients de tous les systèmes concernés peuvent être calculés par un algorithme de transformée en ondelettes rapide.

Une approche similaire a été présentée par WEBER et MALIK en 1995 [WM95]. Ils utilisent des fonctions réelles de différentes échelles pour filtrer l'équation du flot optique. Comme ils ne tirent pas partie de la redondance des mesures à échelles grossière, leurs calculs sont beaucoup plus long que dans notre approche. SIMONCELLI *et coll.* [Sim98] ont proposé une approche bayésienne multi-échelles de la mesure du flot, basée également sur résolution de contraintes différentielles. MAGAREY et KINGSBURY [MK98] une autre approche basée sur la minimisation d'erreur d'appariement de sous-bandes fréquentielles de l'image. Notre méthode est très proche des approches présentées par ces auteurs, mais diffère en même temps par un certain nombre d'aspects détaillés dans la suite de cette thèse, qui incluent la conception des filtres (Sec. 4.3), la mesure de l'illumination, la compensation de grands mouvement par pas entiers (Sec. 4.1.4) et la méthode de décentrement des gammes de vitesses mesurables (Sec. 4.2.2).

Il faut enfin remarquer que par comparaison avec d'autres méthodes basées sur le filtrage spatio-temporel, cette méthode suppose qu'il n'existe qu'un unique vecteur de déplacement en un point donné. Cette hypothèse risque d'être mise en défaut dans des zones de l'image où plusieurs composantes superposées par transparence peuvent se déplacer à des vitesses différentes, ou bien encore autour des occlusions. Une méthode de filtrage spatio-temporel peut permettre d'extraire différentes composantes de mouvement superposées, comme cela est indiqué sur la figure 3.3. Le prix à payer pour avoir la capacité de lire des informations de ce type est élevé: il faut faire une hypothèse supplémentaire de constance en temps du le flot optique, et les calculs requis sont dans ce cas plus longs. Ceci est discuté en détail dans [FJ90], et dans [Sim92].

Cependant, dans notre méthode, nous construisons des systèmes linéaires locaux qui sont en principe sur-déterminés: le nombre d'équations est supérieur au nombre d'inconnues. Ceci nous fournit un critère pour vérifier si notre hypothèse de flot optique est valide sur le domaine considéré. Si les équations sont incompatibles, et que l'erreur de régression est trop importante, cela signifiera que notre hypothèse de constance locale du flot optique n'est pas valide, soit parce que le flot variera trop vite (effets de perspective), soit parce que nous nous trouverons autour d'une occlusion, où le flot est discontinu. Nous expliquerons en détail en 4.1.3 comment nous gérons ces systèmes sur-déterminés.

Ces considérations nous incitent donc à utiliser des fonctions de mesure  $\psi$  du plus petit support possible. Malheureusement, nous verrons dans la partie suivante que les problèmes d'*aliasing* temporel nous imposent une contrainte opposée, et que le choix d'une échelle



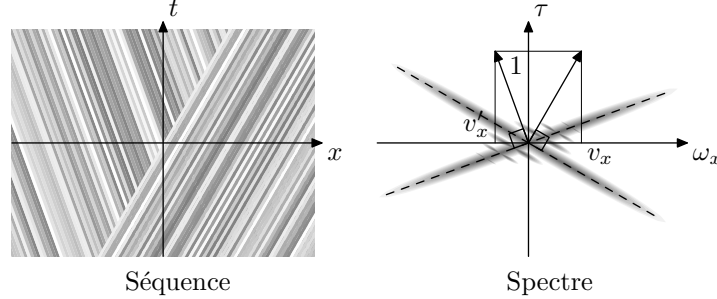


FIG. 3.3 – Ceci illustre la mesure de plusieurs composantes de mouvement autour d’une occlusion, avec une méthode de filtrage spatio-temporel. À gauche, on a représenté une séquence où un tronçon qui se déplace vers la droite cache un deuxième tronçon qui se déplace vers la gauche. Sur la figure de droite, on voit que le spectre correspondant est à peu près supporté par la réunion de deux hyperplans. L’hyperplan correspondant à la partie cachée est légèrement lissé.

optimale de mesure doit donc être le résultat d’un compromis entre ces deux contraintes.

### 3.2 Aliasing temporel et échelle des fonctions de mesure

En pratique, la séquence d’images est échantillonnée en temps. Elle n’est par exemple connue que pour les valeurs entières de  $t$ , et le terme du terme de droite dans (S)

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle I, \psi^n \rangle$$

doit donc être estimé par une différence finie, et on doit faire une approximation  $\partial I / \partial t \simeq I(t+1) - I(t)$ .

Nous allons comparer l’erreur causée par l’*aliasing* temporel (l’erreur d’approximation de la dérivée temporelle par une différence finie) pour des fonctions de mesure  $\psi^n$  contractées à différentes échelles en  $\psi_{\mathbf{u}s}^n(x) = s^{-1} \psi^n(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{u}}{s})$ . Nous allons voir que l’erreur induite est importante si le déplacement fini entre deux image consécutives  $I(t)$  et  $I(t+1)$  n’est pas petit devant l’échelle  $s$  de la fonction de mesure utilisée  $\psi_{\mathbf{u}s}^n$ .

Supposons que pour un  $s$  donné l’image se translate uniformément sur le support des fonctions  $\psi_{\mathbf{u}s}^n$ , pour tout  $n \in N$ , i.e.

$$I(t; \mathbf{x}) = I(\mathbf{x} - t\mathbf{v})$$

L’estimation la plus simple d’une dérivée par une différence finie est l’approximation décentrée

$$\frac{\partial I(t)}{\partial t} \simeq I(t+1) - I(t)$$

Dans ces travaux, nous allons utiliser une estimation d'ordre supérieur et mesurer le flot optique aux temps  $t + 1/2$ , donc entre deux images successives, en faisant l'approximation suivante :

$$\frac{\partial I(t + 1/2)}{\partial t} \simeq I(t + 1) - I(t) \quad (3.5)$$

Dans ce cas, nous devons également estimer les coefficients de gauche du système (S) au temps  $t + 1/2$  :

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \psi_{\mathbf{u}_s}^n, I(t + 1/2) \right\rangle$$

parce que nous ne connaissons les valeurs de  $I$  qu'aux temps entiers. On utilise pour cela l'approximation suivante :

$$I(t + 1/2) \simeq \frac{I(t) + I(t + 1)}{2} \quad (3.6)$$

À une échelle  $s$  donnée, ces approximations donnent les approximations de coefficients suivantes :

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial I(t + 1/2)}{\partial t}, \psi_{\mathbf{u}_s}^n \right\rangle &\simeq \langle I(t + 1) - I(t), \psi_{\mathbf{u}_s}^n \rangle \\ \langle I(t + 1/2), \psi_{\mathbf{u}_s}^n \rangle &\simeq \left\langle \frac{I(t + 1) + I(t)}{2}, \psi_{\mathbf{u}_s}^n \right\rangle \end{aligned}$$

qui peuvent être réécrites après un changement de variables et une intégration par parties

$$\langle I(t + \frac{1}{2}), \mathbf{v} \cdot \nabla \psi_{\mathbf{u}_s}^n \rangle \simeq \langle I(t + \frac{1}{2}), \psi_{\mathbf{u}_s}^n(\mathbf{x} + \mathbf{v}/2) - \psi_{\mathbf{u}_s}^n(\mathbf{x} - \mathbf{v}/2) \rangle \quad (3.7a)$$

$$\langle I(t + \frac{1}{2}), \psi_{\mathbf{u}_s}^n \rangle \simeq \left\langle I(t + \frac{1}{2}), \frac{\psi_{\mathbf{u}_s}^n(\mathbf{x} + \mathbf{v}/2) + \psi_{\mathbf{u}_s}^n(\mathbf{x} - \mathbf{v}/2)}{2} \right\rangle \quad (3.7b)$$

Chaque approximation (3.7a) ou (3.7b) est l'approximation d'une fonctionnelle linéaire de  $L_2(\mathbb{R})$  par une autre. Nous imposons alors que les approximations

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \psi_{\mathbf{u}_s}^n \simeq \psi_{\mathbf{u}_s}^n(\mathbf{x} + \mathbf{v}/2) - \psi_{\mathbf{u}_s}^n(\mathbf{x} - \mathbf{v}/2) \quad (3.8a)$$

$$\psi_{\mathbf{u}_s}^n \simeq \frac{\psi_{\mathbf{u}_s}^n(\mathbf{x} + \mathbf{v}/2) + \psi_{\mathbf{u}_s}^n(\mathbf{x} - \mathbf{v}/2)}{2} \quad (3.8b)$$

soit vérifiées.

En utilisant un développement de TAYLOR de  $\psi$ , nous pouvons prouver qu'il existe une constante  $M$  telle que la somme des erreurs relatives de (3.8a) et (3.8b) est inférieure à  $M \times (|\mathbf{v}|/s)^2$ . Cette somme a été estimée numériquement pour les ondelettes que nous allons utiliser par la suite (filtre décrit en (6.1b)), et si la contrainte

$$\boxed{|\mathbf{v}| \leq 0.42 \times s} \quad (3.9)$$

est vérifiée, les approximations (3.8a) et (3.8b) sont valides à une erreur relative de 15%. Nous verrons en 4.2.2 que cette gamme de déplacements pour laquelle la mesure est fiable peut être décentrée, comme cela est expliqué en 4.1.4.

Il faut remarquer que ce phénomène d'*aliasing* temporel est très général, apparaît dans toutes les méthodes de mesure du flot optique, et est mentionné par de nombreux auteurs [Jäh93]. Il faut aussi remarquer que c'est systématiquement ce problème qui motive le recours à une approche multi-échelles du flot optique dans par exemple [Ana89, BRRO94, SF95, WM95, MPM96]. À titre d'exemple, nous montrons comment ce problème d'*aliasing* temporel se manifeste pour les méthodes basées sur le filtrage spatio-temporel en figure 3.4, et d'une manière plus générale en 3.5.

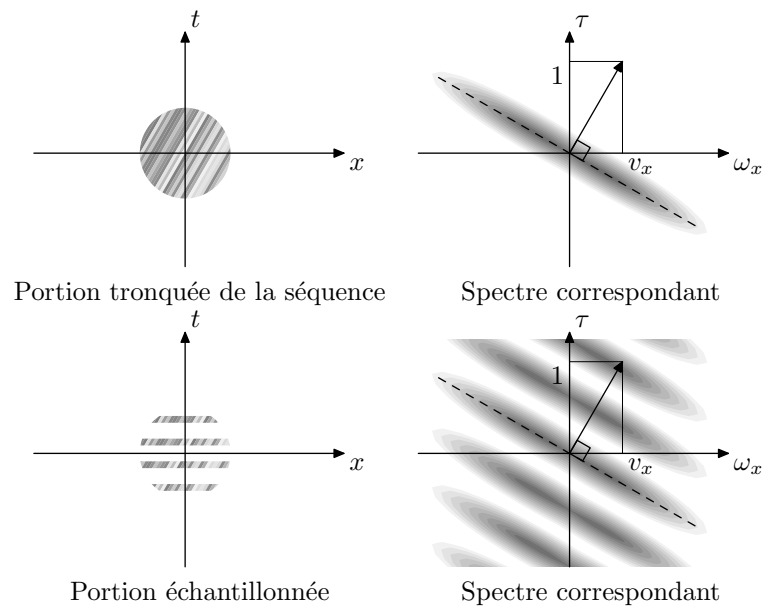


FIG. 3.4 – Ces graphiques illustrent l'aliasing temporel pour les méthodes de filtrage spatio-temporel. En haut à gauche, nous avons la séquence en déplacement uniforme de la figure 3.2 tronquée en temps et en fréquence. Le spectre correspondant (en haut à droite) est donc lisse. Si ensuite l'image est échantillonnée en temps (en bas à gauche), le spectre correspondant est alors périodisé en fréquence  $\omega$ . L'aliasing se manifestera quand la vitesse sera telle que les hyperplans lissés s'inclinent suffisamment pour être confondus, auquel cas leur inclinaison ne plus être distinguée.

Si nous faisons les approximations (3.5) et (3.6), le système  $(\mathcal{S})$  discrétisé en temps



## Bibliographie

- [AB85] E. H. ADELSON et J. R. BERGEN. Spatiotemporal energy models for the perception of vision. *J. Opt. Soc. Amer.*, A2:284–299, 1985.
- [Ana89] P. ANANDAN. A computational framework and an algorithm for the measurement of visual motion. *International Journal of Computer Vision*, 2:283–310, 1989.
- [BA83] P. BURT et E. ADELSON. The Laplacian pyramid as a compact image code. *IEEE. Trans. Communications*, 31:532–540, 1983.
- [BFB94] J. BARRON, D. FLEET et S. BEAUCHEMIN. Performance of optical flow techniques. *International Journal of Computer Vision*, 12(1):43–77, 1994.
- [BRRO94] T. BURNS, S. ROGERS, D. RUCK et M. OXLEY. Discrete, spatiotemporal, wavelet multiresolution analysis method for computing optical flow. *Optical Engineering*, 33(7):2236–2247, 1994.
- [BYX83] P. BURT, C. YEN et X. XU. Multiresolution flow-through motion analysis. Dans *Proc. Conference Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 246–252. Washington, 1983.
- [CLF95] C. CLIFFORD, K. LANGLEY et D. FLEET. Centre-frequency adaptive IIR temporal filters for phase-based image velocity estimation. *Image Processing and its Applications*, 4(6):173–177, 1995.
- [FJ90] D. FLEET et A. JEPSON. Computation of component image velocity from local phase information. *International Journal of Computer Vision*, 5:77–104, 1990.
- [GD94] M. GÖKSTORP et P.-E. DANIELSSON. Velocity tuned generalized Sobel operators for multiresolution computation of optical flow. Dans *International Conference on Image Processing*, pages 765–769. 1994.
- [Hee88] D. HEEGER. Optical flow using spatiotemporal filters. *International Journal for Computer Vision*, 1:279–302, 1988.
- [HS80] B. HORN et B. SCHUNCK. Determining optical flow. Rapport technique A.I. Memo 572, Massachusetts Institute of Technology, 1980.
- [HS81] B. HORN et B. SCHUNCK. Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, 17:185–204, 1981.
- [Jäh93] B. JÄHNE. Spatio-temporal image processing. Dans *Lecture Notes in Computer Science*, tome 751. 1993.
- [MK98] J. MAGAREY et N. KINGSBURY. Motion estimation using a complex-valued wavelet transform. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 46(4):1069–1084, avril 1998.

- [MPM96] É. MÉMIN, P. PÉREZ et D. MACHECOURT. Dense estimation and object-oriented segmentation of the optical flow with robust techniques. Rapport technique 2836, Rapport de Recherches INRIA, France, 1996.
- [SF95] E. SIMONCELLI et W. FREEMAN. The steerable pyramid: a flexible architecture for multi-scale derivative computation. Dans *2nd Annual IEEE International Conference on Image Processing, Washington DC*. 1995.
- [Sim92] E. P. SIMONCELLI. Distributed representation of image velocity. Rapport technique 202, MIT Media Laboratory, 1992.
- [Sim98] E. P. SIMONCELLI. Bayesian multi-scale differential optical flow. Dans H. JÄHNE et GEISLER, rédacteurs, *Handbook of computer vision and applications*. Academic Press, 1998.
- [WM95] J. WEBER et J. MALIK. Robust computation of optical flow in a multi-scale differential framework. *International Journal of Computer Vision*, 14(1):5–19, 1995.