Techniques d'extraction de contours.

Rachid DERICHE

INRIA Sophia-Antipolis

2004 Route des Lucioles.

BP 93. 06902 Sophia-Antipolis Cedex

Email: der@sophia.inria.fr

1 Introduction

L'extraction de contours joue un rôle primordial dans tout système de vision par ordinateur. Beaucoup d'efforts ont été faits pour extraire les contours d'une image et plusieurs techniques ont été proposées à ce jour. Les contours correspondent généralement à des changements brusques de propriétés physiques ou géométriques de l'image perçue et forment ainsi des attributs très importants pour l'analyse.

Dans la plupart des techniques développées à ce jour, plusieurs opérateurs locaux (directionels ou pas) de dérivation du premier ordre et du second ordre sont utilisés. Ils sont alors suivis respectivement d'une recherche de maxima locaux et de passage par zéro. Toutefois, ces opérateurs ne donnent souvent pas, à eux seuls, de bon résultats sur une image réelle où les changements d'intensité sont rarement nets et abrupts. Une opération de seuillage et un suivi de contours sont en effet nécessaires pour éliminer le bruit et affiner les contours à une épaisseur d'un pixel.

Depuis quelques années, on assiste cependant à de nouvelles approches en extractions de contours qui procèdent par optimisation de critères prenant en compte un modèle prédéfini du contour à détecter. Ces approches qui permettent une meilleure formulation du problème se sont avérées nettement plus performantes que les toutes premières techniques proposées.

Afin de mieux passer en revue quelques unes des différentes approches, ce chapitre est organisé comme suit : une première partie est d'abord consacrée aux opérateurs du premier ordre. Une seconde partie à trait ensuite à la présentation et à la mise en œuvre d'approches basées sur des opérateurs de second ordre. Dans une troisième partie, on décrit quelques approches par modélisation surfacique. Quelques approches par optimisation sont décrites ensuite avant que ne soit détaillé l'algorithme développé et mis en œuvre dans les laboratoires de l'INRIA. Une présentation de divers résultats expérimentaux illustrera alors certaines des différentes approches présentées.

2 Opérateurs du premier ordre

La première approche possible pour détecter les variations locales de la fonction $f(x, y)$ représentant l'intensité est d'utiliser une transformation du type gradient. Un contour d'orientation θ au point (x, y) est détecté par un maximum de la dérivée directionelle, dans la direction ϕ du gradient $\vec{\nabla} f(x, y)$, c'est à dire par le maximum de la fonction :

$$g(\phi) = \vec{\nabla} f(x, y).\vec{\mathbf{n}} \tag{1}$$

où $\vec{\mathbf{n}}$ représente le vecteur unitaire dans la direction du gradient :

$$\vec{\mathbf{n}} = \begin{cases} cos(\phi) \\ sin(\phi) \end{cases} \tag{2}$$

On a donc :

$$g(\phi) = cos(\phi)\frac{\partial f}{\partial x} + sin(\phi)\frac{\partial f}{\partial y} \tag{3}$$

En dérivant $g(\phi)$ et en annulant l'expression, on trouve la relation suivante pour l'orientation du gradient ϕ et l'orientation du contour θ :

$$\phi = arctan(\tfrac{\partial f}{\partial y}/\tfrac{\partial f}{\partial x}) \quad \theta = \tfrac{\pi}{2} + \phi \tag{4}$$

Dans le cas discret, on approxime les dérivées directionelles de la fonction image notée f(.,.) par de simple différences. Ceci donne les deux opérateurs anisotropes suivant :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \triangle_x f(i, j) = f(i+1, j) - f(i, j) \tag{5}$$

et

$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx \triangle_y f(i,j) = f(i,j+1) - f(i,j) \tag{6}$$

L'opérateur isotrope norme du gradient $\| \vec{\bigtriangledown} f \|$ est alors donné par :

$$\| \vec{\bigtriangledown} f \| = \sqrt{\triangle_x f^2 + \triangle_y f^2} \tag{7}$$

ou

$$\| \vec{\bigtriangledown} f \| = max(| \triangle_x f |, | \triangle_y f |) \tag{8}$$

Roberts

Roberts approxime les dérivées directionelles suivant les axes orientés à 45 degrés à l'aide d'une convolution de l'image f(.,.) avec les masques 2*2 suivant:

$$H_0 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Soient $f_x = f * H_0$ et $f_y = f * H_2$ les images obtenues par convolution de l'image originale f avec les deux masques de H_0 et H_1. L'image avec les contours accentués f_a est alors obtenue comme étant l'image approximant la norme du gradient :

$$f_a = \| \vec{\bigtriangledown} f \| = \sqrt{f_x^2(x,y) + f_y^2(x,y)} \tag{10}$$

La direction du contour est alors donnée dans ce cas par :

$$\theta = \frac{\pi}{4} + arctan(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}) \tag{11}$$

Opérateurs de Prewitt et Sobel

Prewitt et Sobel approximent les dérivées directionelles suivant les axes Ox et Oy à l'aide d'une convolution de l'image f(.,.) avec les masques 3*3 suivant:

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ c & 0 & -c \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad H_y = \begin{bmatrix} -1 & -c & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & c & 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Pour c=1, on a les masques de Prewitt et pour c=2 les masques de Sobel.

On peut remarquer que les 2 masques de Prewitt et Sobel correspondent en fait à l'application d'une opération de lissage par l'opérateur [1,c ,1] suivi de l'application d'une opération de dérivation par l'opérateur [1,0,-1] dans la direction orthogonale.

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 \\ c \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad H_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & c & 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Soient $f_x = f * H_x$ et $f_y = f * H_y$ les images obtenues par convolution de l'image originale f avec les deux masques de H_x et H_y, l'image accentuée est alors obtenue comme étant l'image approximant la norme du gradient :

$$I_a = \| \vec{\nabla} f \| \tag{14}$$

L'image orientation du contour I_θ est donnée par :

$$I_\theta = \arctan \frac{f_y}{f_x} \tag{15}$$

Cette orientation ne constitue malheureusement qu'une approximation. Une autre approche pour la détermination de cette information extrêmement importante est alors d'utiliser des filtres directionels adaptés à certaines orientations prédéfinies.

Opérateurs gradients directionels : Kirsh, 3 et 5 niveaux

L'opérateur de Kirsh est un opérateur à huit masques correspondant chacun à une direction préferentielle et obtenue par rotation de $\pi/8$ de l'opérateur de base H_0 :

$$H_0 = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad \ldots \tag{16}$$

Le gradient retenu sera celui correspondant a' la valeur maximum donné par :

$$max_{i=1,8} \mid H_i * f \mid \tag{17}$$

L'orientation retenue pour le contour sera celle correspondante au masque ayant permis d'obtenir le gradient maximum.

Dans la catégorie des opérateurs gradients directionels, on peut aussi noter les opérateurs dits 3 et 5 niveaux :

$$H_0 = \begin{bmatrix} 1 & c & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -c & -1 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & c \\ -1 & 0 & 1 \\ -c & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \ldots \tag{18}$$

On a c=1 pour l'approche dite 3 niveaux et c=2 pour l'approche dite 5 niveaux.

3 Opérateurs de second ordre

On décrit ici les opérateurs de type Laplacien définit comme étant :

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial \mathbf{n}^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial {\mathbf{n}_\perp}^2} \tag{19}$$

où $\mathbf{n}$ et $\mathbf{n}_\perp$ définissent 2 directions orthogonales quelquonques. En prenant les directions définies par les axes $0x$ et Oy, on obtient l'expression classique :

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \tag{20}$$

Un passage en coordonnées polaire permet alors d'exprimer cet opérateur sous la forme :

$$\nabla^2 f(r,\theta) = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} \tag{21}$$

et de voir qu'il possède la remarquable propriété d'être invariant par rotation.

En discret, l'approximation la plus simple du Laplacien est donné par l'application des masques suivant :

$$H_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad H_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \ldots \tag{22}$$

Les points de contours correspondent alors aux passages par zéro de l'image obtenue par convolution avec l'opérateur Laplacien. Une opération de seuillage sur la norme du gradient est genéralement nécessaire afin d'éliminer les contours correspondants au bruit.

L'application de cette technique à l'extraction des contours d'une image ne permet pas d'obtenir d'aussi bon résultats que ceux obtenus à l'aide de l'approche maxima locaux dans la direction du gradient. La différence de comportement entre les deux approches peut être analysée en considèrant l'expression du Laplacien donnée par 19 et où $\mathbf{n}$ est la direction du gradient et $\mathbf{n}_\perp$ sa direction orthogonale (i.e celle du contour).

Comme l'expression de la dérivée seconde directionelle dans la direction du gradient est donnée par :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \mathbf{n}^2} = \frac{f_{xx}.f_x^2 + 2.f_x.f_y.f_{xy} + f_{yy}.f_y^2}{(f_x^2 + f_y^2)} \tag{23}$$

Il est alors facile de voir que le Laplacien est la combinaison linéaire de 2 termes dont le premier est justement la dérivée directionelle seconde dans la direction du gradient et d'un second terme pour lequel on peut montrer qu'il est relié à la courbure.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial {\mathbf{n}_\perp}^2} = \frac{f_{xx}.f_y^2 - 2.f_x.f_y.f_{xy} + f_{yy}.f_x^2}{(f_x^2 + f_y^2)} \tag{24}$$

4 Quelques techniques de lissage

On décrit ici quelques opérateurs utilisés afin de réduire les effets du bruit qui peut s'introduire durant les étapes d'acquisition de l'image à traiter. Dans certains cas ces opérateurs ont donné naissance à des approches assez originales en extraction de contours.

Filtre Gaussien

L'approche de Marr et Hildreth [1] consiste en une opération de filtrage préalable de l'image par l'opérateur isotrope Gaussien $G(x,y)$ suivi par une localisation des passages par zéro du Laplacien noté $\nabla^2 \hat{f}(x,y)$ ou $\hat{f}(x,y)$ représente l'image filtrée par l'opérateur Gaussien $G(x,y)$:

$$G(x,y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \tag{25}$$

La raison essentielle de l'utilisation de l'opérateur de Gaussien en est que c'est le filtre optimal au regard de la minimisation du produit d'incertitude ΔU défini comme le produit de la variance spectrale Ω^2 par la variance spatiale X^2 :

$$\Delta U = \Omega X \tag{26}$$

$$X^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}(x-\bar{x})^2 f^2(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x)dx} \tag{27}$$

avec :

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f^2(x)dx \tag{28}$$

et :

$$\Omega^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}(\omega-\bar{\omega})^2 \mid F(\omega) \mid^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} \mid F(\omega) \mid^2 d\omega} \tag{29}$$

avec :

$$\bar{\omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega \mid F(\omega) \mid^2 d\omega \tag{30}$$

Du fait de la linéarité du produit de convolution et de la dérivation, l'opération de lissage suivie de l'application de l'opérateur Laplacien, défini comme la somme des dérivées secondes directionelles en x et y, est équivalente à l'application directe de l'opérateur Laplacien sur l'opérateur de lissage Gaussien. Ainsi, l'approche de Marr et Hildreth se réduit elle a la recherche des passages par zéro dans l'image I_{L-G} obtenue par convolution de l'image originale avec l'opérateur Laplacien d'une Gaussienne :

$$\nabla^2 G(x,y) = K\left(2 - \frac{(x^2+y^2)}{\sigma^2}\right)e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \tag{31}$$

Ce masque, de par sa définition comme somme de 2 dérivées seconde peut être mis sous la somme de 2 filtres séparables. Chacun des filtres étant le produit d'une Gaussienne 1D par sa dérivée seconde. Cette remarque permet une mise en œuvre de la technique avec un nombre d'opérations plus réduit qu'une mise en œuvre directe.

$$\nabla^2 G(x,y) = g(x)g''(y) + g(y)g''(x) \tag{32}$$

Afin d'extraire les contours, la norme du gradient est alors calculée et seuil'e pour ne garder que les points correspondants à un contour.

Filtre moyenne mobile

Cet opérateur est décrit dans le domaine spatial par l'opération de convolution suivante:

$$y(i,j) = \frac{1}{(2m+1)^2} \sum_{k=-m}^{+m} \sum_{l=-m}^{+m} x(i+k, i+l) \tag{33}$$

L'effet de ce filtre est d'atténuer les hautes fréquences spatiales de l'image. De ce fait, ce filtre atténue aussi les brusques transitions en intensité et rend donc l'image un peu plus floue. On peut montrer que dans le cas d'échantillons indépendants de distribution normale, ce filtre diminue la variance de cette distribution de manière proportionnelle à $(2m+1)^2$. Sa mise en œuvre pratique est assez simple du fait de sa séparabilité et de la possibilité d'une mise en œuvre récursive. En effet, mettre en œuvre 33 revient à moyenner sur chaque ligne puis sur chaque colonnes. Chaque opération de moyennage pour tous les points d'une ligne ou d'une colonne se fait sur un voisinage de $2m+1$ points centré au point courant. Ceci se fait à nombre constant d'opération à l'aide de la mise en œuvre récursive suivante connue aussi sous le nom de moyenne mobile :

$$y(i) = \frac{1}{2m+1}(x(i+m) - x(i-m)) + y(i-1) \tag{34}$$

Une autre approche est de considèrer le bruit comme une composante telle que la valeur d'un pixel est anormalement éloignée de celle des pixels voisins. On effectue donc un test de comparaison entre le pixel courant et la moyenne locale. On attribue cette moyenne au pixel courant si la différence est grande comparé à un seuil donné.

Une application directe des opérateurs classiques Sobel,Prewitt..etc permet alors une extraction de contours beaucoup moins sensible au bruit.

Opérateur Nagdif

Cet opérateur décrit et défini par Cocquerez et Devars [8] est basé sur une opération préalable de lissage non linéaire de l'image en utilisant une méthode dérivée de Nagao, suivi d'une application de deux opérateurs différentiels. Dans l'étape de lissage, on considère un voisinage de taille 5*5 autour du point courant, découpé en 8 domaines correspondant à 8 masques à 2 niveaux 0 et 1. On calcule la moyenne et la variance des niveaux de gris des points appartenant à chacun des domaines. Le niveau de gris du point courant est alors remplacé par la moyenne des niveaux de gris des points du domaine ayant la plus faible variance. La seconde étape est relative à l'application simultanée de deux opérateurs différentiels. Le premier est d'ordre 1, il fournit une valeur exprimée en niveau de gris. Si cette dernière dépasse un certain seuil, il y a présence d'un élément de contour dont la direction codée en 8 connexité est fournie par l'application du deuxième opérateur différentiel. Ce dernier opère sur un voisinage 3*3 et possède 4 masques.

Filtre médian

Le filtre médian est une méthode non-linéaire de suppression de bruit. Nous présentons l'algorithme dans le cas monodimensionel. Sa généralisation au cas 2-D est immédiate. Le principe est de faire *glisser* le long du signal discret une fenêtre de taille impaire $2m + 1$ et de remplacer la valeur du point central c'est à dire le point courant par la médiane de la distribution des $2m+1$ valeurs se trouvant à l'intérieur de la fenêtre considèrée. La médiane étant définie comme le point pour lequel m points aient une valeur supérieure et m points une valeur inférieure ou égale. L'utilisation du filtre médian doit être progressive. En effet plus on accroît la taille de la fenêtre, plus on a tendance à enlever des détails de l'image. Il faut encore ici realiser un judicieux compromis entre la perte de résolution et la suppression du bruit. Comparé au filtre moyenneur, ce filtre réduit moins le bruit, mais en contre-partie il altère de façon moindre les contours de l'image. Sa réalisation pratique est plus couteuse que celle du filtre moyenneur du fait qu'elle nécessite un ordonnancement préalable des intensités dans la fenêtre considèrée. Il doit être clair qu'un tel lissage est à appliquer essentiellement pour sa grande capacité à éliminer le bruit de nature impulsionnelle.

Filtre gradient inverse

Cet opérateur est adaptatif car ces paramètres sont calculés selon le contexte de l'image. Conçu pour préserver au mieux les contours tout en attenuant les hautes fréquences, cet opérateur effectue une moyenne pondérée par des cœfficients proportionnels àl'inverse du gradient normalisé entre le point central de la fenêtre et chaque point considèré dans la fenêtre.

5 Approches par modèle surfacique

Les deux approches présentée dans ce qui suit opèrent par une approximation polynomiale sur l'image intensité ou l'image Laplacien. Une détection de manière analytique est alors effectuée sur la fonction approximante. L'avantage principale étant de pouvoir disposer de contours extraits à une résolution subpixelique (précision inférieur au pixel).

Huertas et Medioni

L'approche de Huertas et Medioni [9] permet l'extraction de contours avec une localisation subpixelique à l'aide d'un modèle surfacique sur l'image Laplacien d'une Gaussienne. L'hypothèse de base est qu'au voisinage d'un passage par zéro, l'image Laplacien peut être approximée à l'aide d'un polynôme de degré 3 sur les lignes et les colonnes. Les passages par zéro identifiant les contours sont alors détectés de manière analytique à l'aide du polynôme approximant et non plus sur l'image Laplacien.

Les fonctions d'interpolation utilisées sont les polynômes de Chebyschev dans un voisinage de taille 3*3 centré sur un passage à zéro détecté sur l'image Laplacien . Ces polynômes sont donnés par :

$$\begin{array}{ccc} P_0(r,c) = 1 & P_1(r,c) = r & P_2(r,c) = c \\ P_3(r,c) = r^2 - \frac{2}{3} & P_4(r,c) = rc & P_5(r,c) = c^2 - \frac{2}{3} \\ P_6(r,c) = rP_5(r,c) & P_7(r,c) = cP_3(r,c) & P_8(r,c) = P_3(r,c)P_5(r,c) \end{array} \tag{35}$$

Pour chaque passage par zéro détecté au point (r, c) dans I_{L-G}, l'image filtré par le Laplacien de la Gaussienne, le problème d'approximation consiste à trouver les cœfficients $(a_0, a_1, ..., a_{N-1})$ tels que :

$$I_{L-G}(r,c) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n P_n(r,c) \tag{36}$$

Si W représente la taille de la fenêtre centrée au passage par zéro, alors avec $r; c; i; j$ à l'intérieure de W, ces cœfficients peuvent être calculés comme une combinaison linéaire des données images I_{L-G} par :

$$a_n = \frac{\sum_r \sum_c P_n(r,c) I_{L-G}(r,c)}{\sum_i \sum_j P_n^2(i,j)} \tag{37}$$

Ces cœfficients peuvent être obtenus par la convolution de l'image I_{L-G} à l'aide des masques suivants :

$$a_0 = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad a_1 = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad a_2 = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{38}$$

$$a_3 = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad a_4 = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad a_5 = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \tag{39}$$

$$a_6 = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad a_7 = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad a_8 = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \tag{40}$$

L'implémentation de leur approche peut alors être décrite comme suit :

1. Convolution de l'image originale I de taille R*C avec l'opérateur Laplacien d'une Gaussienne de taille M^2. L'implémentation est faite de manière séparable. L'image résultat est notée I_{L-G}.
2. Extraction des passages par zéro sur l'image I_{L-G}. L'image résultat est notée I_{zcr}.
3. Pour chaque passage par zéro dans I_{zcr}, faire une approximation de I_{L-G} dans un voisinage de taille 3*3 et en déduire le passage par zéro de manière analytique.
4. Formation d'une nouvelle image de passage par zéro I^n_{zcr} de taille nR*nC où les contours sont déterminés à la résolution n comme les passages par zéro détectés de manière analytique.

Haralick

L'approche de Haralick [6] se distingue par la procédure d'approximation qui est appliquée directement sur l'image intensité $I(r,c)$ à l'aide d'un polynôme cubique :

$$I(r,c) = k_1 + k_2 r + k_3 c + k_4 r^2 + k_5 rc + k_6 c^2 + k_7 r^3 + k_8 r^2 c + k_9 rc^2 + k_{10} c^3 \tag{41}$$

On définit le vecteur unitaire gradient $\vec{\mathbf{n}}$ au point (r,c) :

$$\vec{\mathbf{n}} = \begin{cases} \frac{\partial I(r,c)}{\partial r}(r,c) \\ \frac{\partial I(r,c)}{\partial c}(r,c) \end{cases} \tag{42}$$

L'orientation θ du gradient est alors donnée par l'expression suivante pour le point central $(0,0)$:

$$cos(\theta) = \frac{k_2}{\sqrt{k_2^2+k_3^2}} \quad sin(\theta) = \frac{k_3}{\sqrt{k_2^2+k_3^2}} \tag{43}$$

Les dérivées directionelles première et seconde de $I(r,c)$ dans la direction du vecteur unitaire gradient $\vec{\mathbf{n}}$ sont alors alors données par :

$$f'_\theta(r,c) = \frac{\partial f(r,c)}{\partial r} cos(\theta) + \frac{\partial f(r,c)}{\partial c} sin(\theta) \tag{44}$$

$$f''_\theta(r,c) = \frac{\partial^2 f(r,c)}{\partial r^2} cos^2(\theta) + 2\frac{\partial f(r,c)}{\partial r \partial c} sin(\theta)cos(\theta) + \frac{\partial^2 f(r,c)}{\partial c^2} sin^2(\theta) \tag{45}$$

La dérivée seconde directionelle peut être reécrite comme combinaison linéaire de 2 termes: un premier terme indépendant de la direction θ et qui défini le Laplacien de $I(r,c)$ et un second terme dépendant de θ :

$$f''_\theta(r,c) = \frac{1}{2}(\frac{\partial^2 f(r,c)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 f(r,c)}{\partial c^2}) + \frac{1}{2}(\frac{\partial^2 f(r,c)}{\partial c^2} - \frac{\partial^2 f(r,c)}{\partial r^2}) sin^2(\theta) + \frac{\partial f(r,c)}{\partial r \partial c} cos^2(\theta) \tag{46}$$

Ceci permet de différencier la technique des passages par zéro par laplacien de celle utilisant la dérivée seconde directionelle dans la direction du gradient.

En posant $r = \rho cos(\theta)$ et $c = \rho sin(\theta)$, on obtient alors :

$$f''_\theta(\rho) = A\rho + B \tag{47}$$

où A et B sont fonctions des cœfficients k_i et de l'orientation θ.

$$A = 6(k_7 sin^3(\theta) + k_8 sin^2(\theta)cos(\theta) + k_9 sin(\theta)cos^2(\theta) + k_{10} cos^3(\theta))) \tag{48}$$

$$B = 2(k_4 sin^2(\theta) + k_5 sin(\theta)cos(\theta) + k_6 cos^2(\theta))) \tag{49}$$

Un pixel est alors déclaré comme point de contour s'il existe un ρ tel que $\mid \rho \mid < \mid \rho_0 \mid$ et $f''_\theta(\rho) = 0$ et $f'_\theta(\rho) \neq 0$. Ceci indique qu'il existe un point dans un voisinage de taille ρ_0 autour du pixel considèré où la dérivée directionelle dans la direction du gradient est un passage par zéro en ce point.

6 Approches par optimisation

Hueckel

Le principe de l'approche proposée par Hueckel [2] est de se donner un modèle idéal de ce qu'est un contour et d'ajuster convenablement les paramètres du modèle de façon à ce qu'elles correspondent au mieux aux données image à l'intérieur d'un disque circulaire D défini par :

$$Edge(x, y, \theta, \rho, b, h) = \begin{cases} b & si \quad xcos(\theta) + ysin(\theta) < \rho \\ b + h & si \quad xcos(\theta) + ysin(\theta) \geq \rho \end{cases} \tag{50}$$

Soit $I(x, y)$ l'intensité en niveau de gris. Le principe est alors de localiser sur un voisinage circulaire représenté par un disque D de rayon ρ autour de chaque pixel un contour correspondant au mieux suivant un critère au modèle donné. Le critère a' minimiser est l'écart quadratique entre le modèle $Edge(x, y, \theta, \rho, b, h)$ et les données images $I(x, y)$ à l'intérieur du disque de Hueckel.

$$\epsilon^2(\rho_0, \theta_0, b, h) = \int\int_{x^2+y^2 \leq \rho^2} (Edge(x, y, \theta, \rho, b, h) - I(x, y))^2 dxdy \tag{51}$$

Pour réaliser cette minimisation, Hueckel décompose $Edge$ et I sur une base de fonctions orthogonales définie dans le domaine de Fourier (H_i). Afin de diminuer le temps de calcul requis par cette technique assez lourde, la présence ou l'absence de contour dans le disque de recherche est d'abord testé par un opérateur de type gradient. Si un contour potentiel est détecté alors l'algorithme de Hueckel est mis en œuvre sur une base limitée à seulement huit termes. Une étape finale met alors en œuvre un opérateur de décision basé sur des techniques de seuillage afin de choisir les éléments de contour valables.

Canny

Parmi les approches par optimisation, celle développée par Canny [3] semble être la plus intéressante et mérite incontestablement une présentation plus en détail.

Soit $I(x)$ un signal monodimensionnel représentant un saut d'amplitude A, noyé dans un bruit Gaussien $n(x)$ de moyenne nulle et de variance n_0^2 :

$$I(x) = Au_{-1}(x) + n(x) \tag{52}$$

où u_{-1} désigne la fonction de Heaviside.

Soit $\Theta(x_0)$, la sortie au point x_0 de la convolution du signal $I(x)$ avec un opérateur de détection $f(x)$:

$$\Theta(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(x) f(x_0 - x) dx \tag{53}$$

Le problème posé est de trouver $f(x)$ tel que $\Theta(x_0)$ soit maximum sous les 3 contraintes suivantes :

1. **Bonne détection** : Ce critère revient à chercher $f(x)$ antisymétrique et tel que le rapport signal sur bruit Σ soit maximum :

$$\Sigma = \frac{A\int_{-\infty}^{0} f(x)dx}{n_0\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x)dx}} \tag{54}$$

2. **Bonne localisation** : Ce critère corresponds à la minimisation de la variance σ^2 de la position des passages par zéro et revient à maximiser la localisation Λ définie comme l'inverse de σ^2 :

$$\Lambda = \frac{A \mid f'(0) \mid}{n_0\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x)dx}} \tag{55}$$

3. **Non Multiplicité des réponses**: Ce critère corresponds à la limitation du nombre de maximas locaux détéctés en réponse à un seul contour. La distance moyenne entre les maximas locaux , notée x_{max} est alors contrainte à l'égalité suivante :

$$x_{max} = 2\pi(\sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f'^2(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f"^2(x)dx}}) \tag{56}$$

Trouver $f(x)$ qui maximise le produit $\Sigma\Lambda$ sous la contrainte que le 3ème critère soit fixé à une constante k revient alors à trouver la solution de l'équation différentielle suivante :

$$2f(x) - 2\lambda_1 f''(x) + 2\lambda_2 f''''n(x) + \lambda_3 = 0 \tag{57}$$

qui admet comme solution générale :

$$f(x) = a_1e^{\alpha.x}sin(\omega.x) + a_2e^{\alpha.x}cos(\omega.x) + a_3e^{-\alpha.x}sin(\omega.x) + a_4e^{-\alpha.x}cos(\omega.x) \tag{58}$$

Cherchant l'opérateur $f(x)$ sous forme de filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF) définie sur l'intervalle $[-W, +W]$ et présentant une pente S à l'origine, Canny a imposé les conditions aux limites suivantes :

$$f(0) = 0 \quad f(W) = 0 \quad f'(0) = S \quad f'(W) = 0 \tag{59}$$

Ces 4 conditions aux limites permettent alors aux cœfficients a_1 à a_4 d'être déterminés. $f(x)$ étant impaire, la solution est étendue aux x négatifs avec $f(x) = -f(-x)$.

Utilisant une optimisation numérique sous contrainte, Canny trouva que l'opérateur le plus performant correspondait à un indice de performance $\Sigma\Lambda = 1.12$.

L'opérateur ne présentant pas de simplicité au niveau de sa mise en œuvre, Il l'approxima au vu de sa forme par l'opérateur première dérivée d'une Gaussiène qui présente un indice de performance $\Sigma\Lambda = .92$ et $k = .51$ dégradée de 20%

Deriche

L'approche développée par Deriche [7] a consisté en la recherche de l'opérateur optimal sous forme de filtre à réponse impulsionnelle infinie (RII). Il en résulte une équation différentielle admettant comme solution l'opérateur suivant :

$$f(x) = \frac{S}{\omega} e^{-\alpha|x|} sin(\omega x) \tag{60}$$

Evaluant les différentes intégrales intervenant dans le calcul des indices de performance de cet opérateur, on obtient les résultats suivants :

$$\Lambda = \sqrt{(2\alpha)} \quad \Sigma = \sqrt{\tfrac{2\alpha}{\alpha^2+\omega^2}} \tag{61}$$

$$\Sigma\Lambda = \tfrac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\omega^2}} \quad k = \sqrt{\tfrac{\alpha^2+\omega^2}{5\alpha^2+\omega^2}} \tag{62}$$

En posant $\alpha = m\omega$, on obtient les 3 cas suivants :

$$\begin{array}{cccccc} \mathbf{1} & m \gg 1 & \Lambda = \sqrt{2\alpha} & \Sigma = \sqrt{\frac{2}{\alpha}} & \Sigma\Lambda = 2 & k = .44 \\ \mathbf{2} & m = 1 & \Lambda = \sqrt{2\alpha} & \Sigma = \sqrt{\frac{1}{\alpha}} & \Sigma\Lambda = \sqrt{2} & k = .58 \\ \mathbf{2} & m = \sqrt{3} & \Lambda = \sqrt{2\alpha} & \Sigma = \sqrt{\frac{3}{2\alpha}} & \Sigma\Lambda = \sqrt{3} & k = .5 \end{array} \tag{63}$$

Le cas 3 montre que pour une valeur identique de k, l'indice de performance de l'opérateur Deriche est prés de 90% meilleure que la première dérivée d'une Gaussienne.

Le cas 2 montre que pour une valeur identique de k, l'opérateur Deriche présente un indice de performance amélioré de prés de 25% par rapport a' l'opérateur de Canny $\Sigma\Lambda = 1.12$ et $k = .58$.

Le cas 1 présente le meilleur indice. Il correspond à la limite de l'opérateur Deriche pour ω tendant vers zéro. Il est facile de vérifier que cette limite correspond à l'opérateur $g(x)$ donnée par :

$$g(x) = Sxe^{-\alpha|x|} \tag{64}$$

En fait cet opérateur est simplement la solution de l'équation différentielles au cas où le discriminant de son equation caractéristique est nul. Ses indices de performance correspondant à ceux donnés dans le cas 1.

Shen et Castan

L'approche développée par Shen et Castan [10] a consisté en l'élaboration d'un filtre passe bas optimal pour la détection des contours. Le formalisme mathématique développé s'inspire fortement de celui de Canny. Un modèle de saut d'amplitude bruité est considèré et un critère à optimiser est alors dérivé. Il en ressort de cet étude que le filtre linéaire optimal de lissage recherché est le filtre exponentiel symétrique :

$$s(x) = ae^{-\alpha|x|} \tag{65}$$

qu'ils proposent de mettre en œuvre comme suit :

$$y_1(n) = x(n-1) + e^{-\alpha} y_1(n-1) \text{ pour n=1,...,M} \tag{66}$$

$$y(n) = y_1(n+1) + e^{-\alpha} y(n+1) \text{ pour n=M,...,1} \tag{67}$$

Etant donnée une image I, elle est d'abord filtrée par l'opérateur de lissage exponentiel. Le résultat est alors soustrait de l'image original pour approximer le Laplacien. Une image binaire est alors produite en mettant à 1 les valeurs positives et à 0 le reste des données. Les frontières des zones positives et négatives forment alors les points de contours candidats. Une suppression des points isolés ainsi que de toutes les tâches ayant une surface inférieure à un seuil donné est alors effectué. Pour distinguer les vrais points de contours de ceux correspondant à du bruit, un seuillage sur le gradient est ensuite effectué. Le calcul du gradient se fait suivant une technique adaptative. On calcul pour chaque passage par zéro et à partir de la fenêtre correspondante dans l'image origine les moyennes de niveaux de gris correspondant aux zones 1 et 0 de l'image binaire. Le gradient adaptatif est alors égal à la différence entre ces deux moyennes.

7 Une implémentation récursive de l'opérateur optimal RII

cas 1D

On développe dans cette partie la procédure pour implémenter de manière récursive l'opérateur de Deriche ainsi que son intégral qui va servir comme opérateur de lissage dans la version 2D.

Une mise en œuvre récursive du filtre optimal f(x) peut être obtenue en appliquant les techniques de la transformée en Z. Soit $f(n)$ les échantillons de f(x) et F(Z) la transformée en Z correspondante :

$$F(Z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) Z^{-n} \tag{68}$$

La séquence $f(n)$ étant non causale, une étape préliminaire nécessaire est sa transformation en une somme de 2 séquences causales. Pour cela, on reécrit $f(n)$ sous la forme suivante d'une somme de 2 séquences causales $f_-(n)$ et $f_+(n)$ telles que :

$$f(n) = f_-(n) + f_+(n) \tag{69}$$

$$f_-(n) = \left[\begin{array}{cc} 0 & n \geq 0 \\ Sne^{\alpha n} & n < 0 \end{array} \right. \quad f_-(n) = \left[\begin{array}{cc} Sne^{-\alpha n} & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{array} \right. \tag{70}$$

Utilisant la transformée en Z, on obtient :

$$F(Z) = F_-(Z) + F_+(Z^{-1}) \tag{71}$$

avec

$$F_+(Z^{-1}) = \frac{aZ^{-1}}{1+b_1Z^{-1}+b_2Z^{-2}} \quad F_-(Z) = \frac{-aZ}{1+b_1Z+b_2Z^2} \tag{72}$$

avec

$$a = Se^{-\alpha} \quad b_1 = -2e^{-\alpha} \quad b_2 = e^{-2\alpha} \tag{73}$$

$F_+(Z^{-1})$ ($resp. F_-(Z)$) converge pour $\mid e^{-\alpha} Z^{-1} \mid < 1$ (resp. $\mid e^{\alpha} Z \mid > 1$). Comme toutes le singularités de $F_+(Z^{-1})$ ($resp. F_-(Z)$) sont à l'interieur (resp. extérieur) du cercle unité pour α réel positif, ces 2 transformées en Z correspondent à 2 fonctions de transfert de filtres récursifs stables et de second ordre. Le premier opérant de gauche à droite F_+ et le second de la droite vers la gauche F_-.

En particulier, la réponse à $x(m)$ comme entrée d'un système ayant $f(n)$ comme réponse impulsionnelle peut être obtenue de manière récursive suivant le schéma suivant :

$$y_1(n) = x(n-1) + 2e^{-\alpha}y_1(n-1) - e^{-2\alpha}y_1(n-2) \text{ pour n=1,...,M} \tag{74}$$

$$y_2(n) = x(n+1) + 2e^{-\alpha}y_2(n+1) - e^{-2\alpha}y_2(n+2) \text{ pour n=M,...,1} \tag{75}$$

$$y(n) = ke^{-\alpha}[y_1(n) - y_2(n)] \text{ pour n=1,...,M} \tag{76}$$

la constante S peut être fixée par la contrainte de normalisation suivante :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} f(n) = -\sum_{n=-\infty}^{0} f(n) = -1 \tag{77}$$

ce qui donne :

$$S = -\frac{(1-e^{-\alpha})^2}{e^{-\alpha}} \tag{78}$$

L'importance de ces équations récursives de mise en œuvre tient au fait que le nombre d'opérations requis est extrêmement faible et surtout *indépendant* de la valeur de la résolution à laquelle les contours sont à détecter. En effet la forme du filtre déterminé par le paramètre α peut varier mais le nombre d'opérations par point reste identique (5). A titre de comparaison, une implémentation FIR de l'opérateur $f(n)$ a' l'aide de 2N+1 cœfficients non nuls aurait requis un nombre identique d'opérations par point de sortie. Un gain de $\frac{2N+1}{5}$ en résulte en faveur de la mise en œuvre récursive qui présente en plus l'avantage de ne pas introduire de bruit de troncature. A titre d'exemple une implémentation sur 16 bits de cet opérateur de détection sous forme RIF pour $\alpha = .5$ et $\alpha = .25$ aurait nécessité respectivement 57 et 105 opérations par point.

En appliquant la même technique, on peut aisément montré que les échantillons $h(n)$ de la primitive $h(x)$ de $f(x)$ possèdent aussi la bonne propriété de pouvoir être mis en œuvre de manière récursive. Ce résultat sera utilisé pour l'extension au cas 2D. En effet :

$$h(n) = k(\alpha \mid n \mid +1)e^{-\alpha|n|} \tag{79}$$

Montrons que $h(n)$ peut aussi être implémenté de manière récursive. Soit $H(Z)$ sa transformée en Z

$$H(Z) = H_{-}(Z) + H_{+}(Z^{-1}) \tag{80}$$

avec

$$H_{+}(Z^{-1}) = \frac{a_0 + a_1 Z^{-1}}{1 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2}} \quad H_{-}(Z) = \frac{a_2 Z + a_3 Z^2}{1 + b_1 Z + b_2 Z^2} \tag{81}$$

avec

$$a_0 = k \quad a_1 = k(\alpha - 1)e^{-\alpha} \quad a_2 = a_1 - kb1_1 \quad a_3 = -kb_2 \tag{82}$$

Ayant le même dénominateur que $F_{+}(Z^{-1})$ et $resp.F_{-}(Z)$, ces 2 transformées en Z correspondent de la même manière à 2 filtres récursifs stables et de second ordre. Le premier opérant de gauche à droite F_{+} et le second de la droite vers la gauche F_{-}.

La sortie $y(m$ résultat de la convolution de la séquence $x(m)$ avec la réponse impulsionnelle $h(n)$ s'obtient alors comme suit :

$$y_1(n) = k[x(n) + e^{-\alpha}(\alpha - 1)x(n-1)] + 2e^{-\alpha}y_1(n-1) - e^{-2\alpha}y_1(n-2) \text{ pour n=1,...,M} \tag{83}$$

$$y_2(n) = k[e^{-\alpha}(\alpha+1)x(n+1) - e^{-2\alpha}x(n+2)] + 2e^{-\alpha}y_2(n+1) - e^{-2\alpha}y_2(n+2) \text{ pour n=M,...,1} \tag{84}$$

$$y(n) = y_1(n) + y_2(n) \text{ pour n=1,...,M} \tag{85}$$

La constante k est fixée par la contrainte de normalisation suivante :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(n) = 1 \tag{86}$$

On obtient alors :

$$k = \frac{(1-e^{-\alpha})^2}{1+2\alpha e^{-\alpha} - e^{-2\alpha}} \tag{87}$$

Cette étape de lissage nécessite seulement 8 opérations par point indépendemment de la résolution α utilisée. Ceci doit être comparé aux 2N+1 opérations requises par un filtre RIF de 2N+1 cœfficients. A titre d'exemples pour α=.5 et .25, une implementation RIF sur 16 bits de ce filtre de lissage aurait demandé respectivement 57 et 113 opérations par point.

cas 2D

On présente dans cette partie, la procédure de géneralisation au cas 2D de l'opérateur de détection de Deriche [7], [4]. Pour cela, on crée pour la direction en x (resp. y) un masque 2D noté SS_x (resp. SS_y) produit du détecteur aligné en x (resp. y) avec un opérateur de projection parallèle à la direction en y (resp x). Une implémentation totalement récursive en résulte si on choisit comme opérateur de lissage l'opérateur $h(x)$ présenté dans la section précédente.

$$SS_x(m,n) = k_1 m e^{-\alpha.|m|}.k_2(\alpha \mid n \mid +1)e^{-\alpha.|n|} \tag{88}$$

$$SS_y(m,n) = k_2(\alpha \mid m \mid +1)e^{-\alpha.|m|}.k_1 n e^{-\alpha.|n|} \tag{89}$$

On note par SS l'opérateur de lissage 2D correspondant à ces 2 gradients directionels :

$$SS(m,n) = k_2(\alpha \mid m \mid +1)e^{-\alpha.|m|}k_2(\alpha \mid n \mid +1)e^{-\alpha.|n|} \tag{90}$$

La figure **??** illustre les opérateurs de lissage et de dérivation et permet de comparer leur forme à l'opérateur Gaussien ainsi qu'a sa première dérivée.

Ces trois masques séparables peuvent être très efficacemment mis en œuvre de manière récursive de la manière suivante :

Dans une première phase, un filtrage récursif est appliqué à chaque ligne de l'image $x(m,n)$ à traiter comme suit:

$$y_1(m,n) = a_1 x(m,n) + a_2 x(m,n-1) + b_1 y_1(m,n-1) + b_2 y_1(m,n-2)$$
$$\text{pour n=1,...,N et m=1,...,M} \tag{91}$$

$$y_2(m,n) = a_3x(m,n+1) + a_4x(m,n+2) + b_1y_2(m,n+1) + b_2y_2(m,n+2)$$
$$\text{pour n=N,...,1 et pour m=1,...,M} \qquad (92)$$

$$r(m,n) = c_1(y_1(m,n) + y_2(m,n)) \text{ pour n=1,...,N et pour m=1,...,M} \qquad (93)$$

Une seconde phase applique alors au résultat $r(m,n)$ le second filtre au niveau de chaque colonne pour obtenir le résultat final $y(m,n)$.

$$y_1(m,n) = a_5r(m,n) + a_6r(m-1,n) + b_1y_1(m-1,n) + b_2y_1(m-2,n)$$
$$\text{pour m=1,...,M et pour n=1,...,N} \qquad (94)$$

$$y_2(m,n) = a_7r(m+1,n) + a_8r(m+2,n) + b_1y_2(m+1,n) + b_2y_2(m+2,n)$$
$$\text{pour m=M,...,1 et pour n=1,...,N} \qquad (95)$$

$$y(m,n) = c_2(y_1(m,n) + y_2(m,n) \text{ pour n=1,...,N et pour m=1,...,M} \qquad (96)$$

Dans [4], il est montré que cette structure permet de mettre en œuvre efficacement les opérations de lissage et de différentiation directionelles. Ainsi, une convolution avec l'opérateur à 2 indices donné par 90, correspondant à un lissage de l'image originale, peut être effectuée en choisissant le jeu de paramètres suivant :

$$\begin{aligned} a_1 = a_5 = k; a_2 = a_6 = ke^{-\alpha}(\alpha - 1); \\ a_3 = a_7 = ke^{-\alpha}(\alpha + 1); a_4 = a_8 = -ke^{-2\alpha}; c_1 = c_2 = 1; \end{aligned} \qquad (97)$$

Une dérivée directionelle en x peut être calculée par le jeu de paramètres suivant :

$$a_1 = 0; a_2 = 1; a_3 = -1; a_4 = 0; c_1 = -(1 - e^{-\alpha})^2; \qquad (98)$$

$$a_5 = k; a_6 = ke^{-\alpha}(\alpha - 1); a_7 = ke^{-\alpha}(\alpha + 1); a_8 = -ke^{-2\alpha}; c_2 = 1; \qquad (99)$$

La dérivée directionelle en y peut être calculée en interchangeant les paramètres a_i avec a_{i+4} et c_1 avec c_2.

Pour toutes ces applications, les cœfficients b_1, b_2 and k sont donnés par :

$$k = \frac{(1-e^{-\alpha})^2}{1+2\alpha e^{-\alpha} - e^{-2\alpha}}; b_1 = 2e^{-\alpha}; b_2 = -e^{-2\alpha} \tag{100}$$

Cette mise en œuvre permet la convolution de l'image en seulement 13 opérations par point de sortie indépendemment de la taille du filtre spécifié par le paramètre α.

L'algorithme d'extraction des contours par maxima locaux opère alors de la manière suivante :

1. Obtention de $I_x(m,n)$ et $I_y(m,n)$ suivant la mise en œuvre récursive décrite.
2. Calcul de la norme du gradient en chaque point $I_{norme}(m,n)$.
3. Suppression des non maxima locaux dans un voisinage de taille 3*3 de $I_{norme}(m,n)$ dans la direction exacte du gradient . Pour cela une interpolation linéaire est effectuée sur $I_{norme}(m,n)$.
4. Seuillage par hystéresis de l'image des maximas locaux. On seuil d'abord avec un seuil bas et on élimine ensuite toutes les chaînes n'ayant pas au moins un point dont la norme du gradient est supérieur au seuil haut.

Dans [4], il est montré que le Laplacien d'une image peut être calculé par une convolution avec le filtre à réponse impulsionnelle suivante:

$$LL(m,n) = e^{-\alpha|m|}.e^{-\alpha|n|} - k\alpha \mid m \mid e^{-\alpha|m|}.k\alpha \mid n \mid e^{-\alpha|n|} \tag{101}$$

$$k = \frac{1-e^{-2\alpha}}{2\alpha e^{-\alpha}} \tag{102}$$

Le calcul du Laplacien d'une image $x(m,n)$ à travers l'opération de convolution avec le filtre $LL(m,n)$ peut alors être mis en œuvre de manière totalement récursive à l'aide de la structure générale présentée et de l'approche suivante:

- Utiliser la structure récursive avec les cœfficients suivants pour obtenir $r1(m,n)$:

$$\begin{gathered} a_1 = 1; a_2 = 0; a_3 = e^{-\alpha}; a_4 = 0; \\ k_0 = 1; c_1 = 1, b_1 = 2e^{-\alpha}; b_2 = -e^{-2\alpha} \end{gathered} \tag{103}$$

$$a_5 = 1; a_6 = 0; a_7 = e^{-\alpha}; a_8 = 0; c_2 = 1; b_1 = 2e^{-\alpha}; b_2 = -e^{-2\alpha} \tag{104}$$

- Utiliser la structure récursive avec le jeu de paramètres suivant pour obtenir $r2(m,n)$:

$$a_1 = 0; a_2 = 1; a_3 = 1; a_4 = 0;$$
$$c_1 = \frac{1-e^{-2\alpha}}{2}; b_1 = 2 * e^{-\alpha}; b_2 = -e^{-2\alpha} \tag{105}$$

$$a_5 = 0; a_6 = 1; a_7 = 1; a_8 = 0;$$
$$c_2 = \frac{1-e^{-2\alpha}}{2}; b_1 = 2 * e^{-\alpha}; b_2 = -e^{-2\alpha} \tag{106}$$

- Le Laplacien de l'image est alors donné par une simple soustraction entre les images r2(.,.) et r1(.,.). Cette technique est très efficace car elle permet d'obtenir le Laplacien d'une image à n'importe quelle résolution, spécifiée par le paramètre α avec seulement 14 opérations par point de sortie .

8 Extraction des maxima locaux et Seuillage par hystérèsis

Extraction des maxima locaux

Cette opération est effectuée sur un voisinage de taille 3*3 de l'image norme du gradient. Le but est d'extraire tous les pixels présentant un maxima local dans la direction du gradient. Pour cela les images gradients obtenus aux étapes précédentes sont utilisées afin d'obtenir une approximation de la direction du gradient. Afin d'éviter que cette étape ne soit trop pénalisante du point de vue temps de calcul, l'information orientation n'est en fait calculée qu'a partir du rapport des gradients directionels $f_x(x,y)$ et $f_y(x,y)$. Cette étape est illustrée par la figure 1 qui représente un voisinage de taille 3.3 dans l'image norme du gradient.

On donne ci-dessous l'algorithme tel qu'implementé à l'INRIA.

Pour tout point de l'image $\nabla^2 f(i,j) = \sqrt{f_x^2(x,y) + f_y^2(x,y)}$ faire :

Soit R tel que :

$$R = \frac{f_x(x,y)}{f_y(x,y)} \tag{107}$$

Si $I_y(x,y) < 0$, alors le point central, dont la norme du gradient est notée Gr dans la figure 1 , sera déclaré comme maxima local si

$$Gr > U \quad Gr \geq Z \tag{108}$$

avec les variables U et Z données par :

$$\begin{array}{lllll} Si & R \geq 1 & U = \frac{(R-1)D+E}{R} & Z = \frac{(R-1)H+A}{R} \\ Si & 1 > R \geq 0 & U = (1-R)F + RE & Z = (1-R)B + RA \\ Si & 0 > R \geq 1 & U = (1+R)F - RG & Z = (1+R)B - RC \\ Si & -1 < R & U = \frac{(R+1)H-G}{R} & Z = \frac{(R+1)D-C}{R} \end{array} \tag{109}$$

$$\begin{array}{llllll} Si & I_x(x,y) < 0 & si & I_y(x,y) = 0 & U = H & Z = D \\ Si & I_x(x,y) > 0 & si & I_y(x,y) = 0 & U = D & Z = H \end{array} \tag{110}$$

Si $I_y(x,y) < 0$, la même procédure est à effectuer mais en permutant U et Z.

seuillage par hystérèsis

Ce seuillage présenté pour la première fois par Canny est basé sur l'utilisation de 2 seuils. La procédure peut être décrite de 2 manière différentes :

1. Seuiller toute l'image des maxima locaux par le seuil bas
2. Ne valider que les ensembles connexes de points présentant au moins un point dont la norme du gradient est supérieur au seuil haut.

ou

1. Seuiller toute l'image des maxima locaux par le seuil haut.
2. Valider tous les pixels qui sont connexes aux points détectés et qui possèdent une norme du gradient supérieur au seuil bas.

Le grand avantage de cette procédure de seuillage est qu'elle permet d'obtenir plus d'ensembles de points connexes, ce qui facilite grandement les étapes de chaînage et d'approximation prévues généralement en amont de cette chaîne.

9 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans cette partie quelques résultats expérimentaux obtenus en détection de contours.

Les figures 5, 6, 7 et 8 illustrent le comportement de l'opérateur première dérivé en présence d'un contour type saut d'amplitude bruité présentant un rapport signal à bruit respectivement de 1 et 0.20. (fig 4). Les résultats correspondent à divers valeurs de α. Ils ont été obtenus avec seulement 5 opérations par point par la mise en œuvre récursive à une dimension décrite dans ce chapître. Ces figures illustrent parfaitement le rôle du paramètre α. Il doit être choisi assez grand (de l'ordre de 1 et plus) si on veut favoriser la localisation au détriment de la détection (pour les signaux très peu bruités) et assez petit (de l'ordre de 0.5 à 0.25) si on veut privilégier la détection dans le cas de signaux très bruités.

Les figures 11 et 10 montrent un exemple de contours extraits à partir de la scène d'intérieur classique montrée par la figure 9. La figure 11 illustre la technique des passages par zéro et la figure 10 celle des maxima locaux. il est clair que les résultats obtenus par la technique des maximas locaux sont bien meilleures tant pour la détection que pour la localisation des contours. En particulier, remarquer comment la technique des passages par zéro a tendance à arrondir les angles des fenêtres (phénomène bien connu et très bien étudié par ailleurs dans [5]). Ceci est toutefois fait au prix d'un temps de calcul bien plus grand pour les maxima locaux que pour les passages par zéro.

10 Conclusion

Le thème de ce chapitre a été d'aborder le problème de l'extraction des contours. Quelques approches de bases ont été présentées. Une structure récursive générale, permettant l'extraction suivant les techniques des maxima locaux et de passages par zéro, a été décrite en détail. Il est clair que le sujet est trop vaste pour l'aborder avec un seul document dans sa totalité ou même dans sa plus grande partie. Il est à espérer toutefois que nous ayons réussi à éclairer un peu plus le lecteur intéressé par ce domaine.

References

[1] D.MARR and E.HILDRETH Theory of Edge Detection *Proceedings of Royal Society of London*, Volume 207, 1980, pp 181-217

[2] M.F.HUECKEL An operator which locates edges in digitized pictures *J.Ass.Comput.Mach*, Volume 18, No 1, 1971, pp 113-125

[3] J.F.CANNY Finding Edges and Lines in Images *Technical Report 720*, MIT Artificial Intelligence Laboratory

[4] R.DERICHE. Fast algorithms for low-level vision. *IEEE Transactions on PAMI*, Vol 12, Numero 1, pp 78-87, January 1990.

[5] V.BERZINS Accuracy of Laplacian edge detectors *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 27, pp 195-210, 1984

[6] R.M.HARALICK Digital Step Edges from Zero-Crossings of Second Directional Derivative *IEEE Transactions on PAMI*, January 1984, pp 58-68.

[7] R.DERICHE Using Canny's Criteria to Derive a Recursively Implemented Optimal Edge Detector. *International Journal of Computer Vision* Vol 1, Numero 2, pp 167-187, May 1987.

[8] J.P.COCQUEREZ - J.DEVARS Détection de contours dans les images aériennes : nouveaux opérateurs. *Traitement du Signal* Vol 2, Numero 1, 1985.

[9] A.HUERTAS - G.MEDIONI Detection of Intensity Changes with Subpixel Accuracy Using Laplacaen-Gaussian Masks *IEEE Transactions on PAMI* Vol 8, Numero 5, pp 651-664, September 1986.

[10] J.SHEN,S.CASTAN An optimal linear operator for edge detection *Proceedings CVPR , Miami*, 109-114, June 1986.

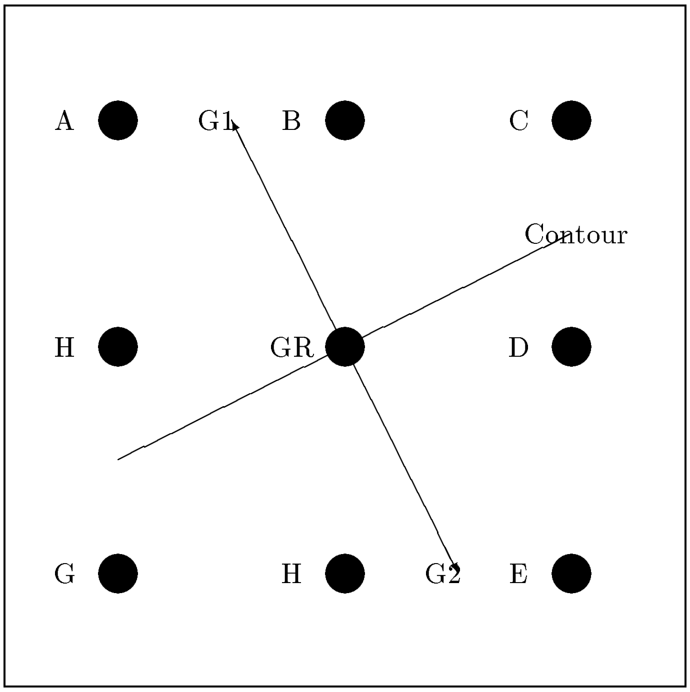


Figure 1: Extraction des maxima locaux

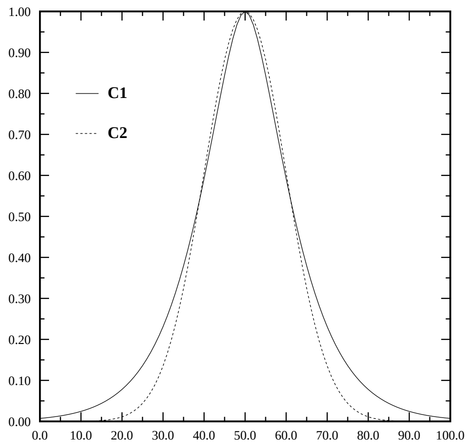


Figure 2: Opérateurs de lissage. C2: Gaussienne C1: Exponentiel

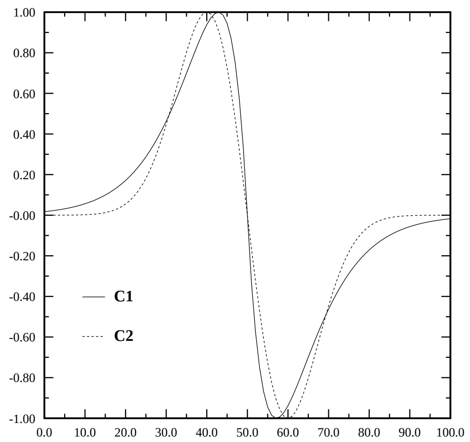
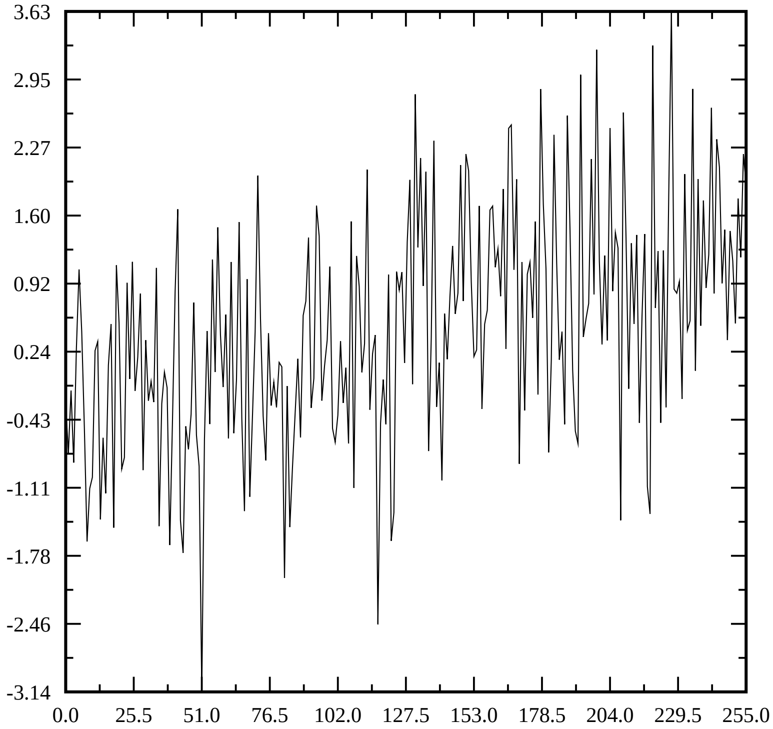
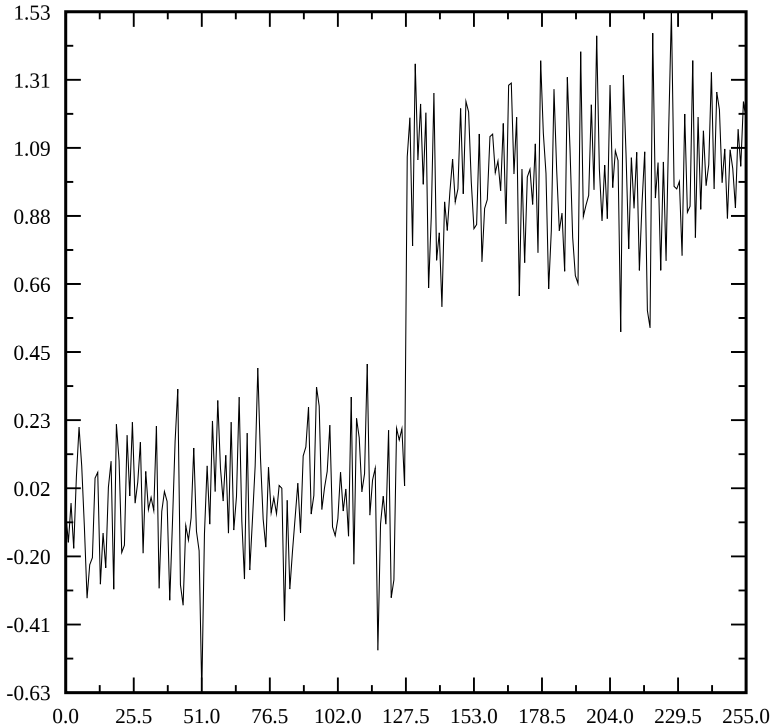


Figure 3: Operateurs de derivation. C2 : Gaussienne C1: Exponentiel

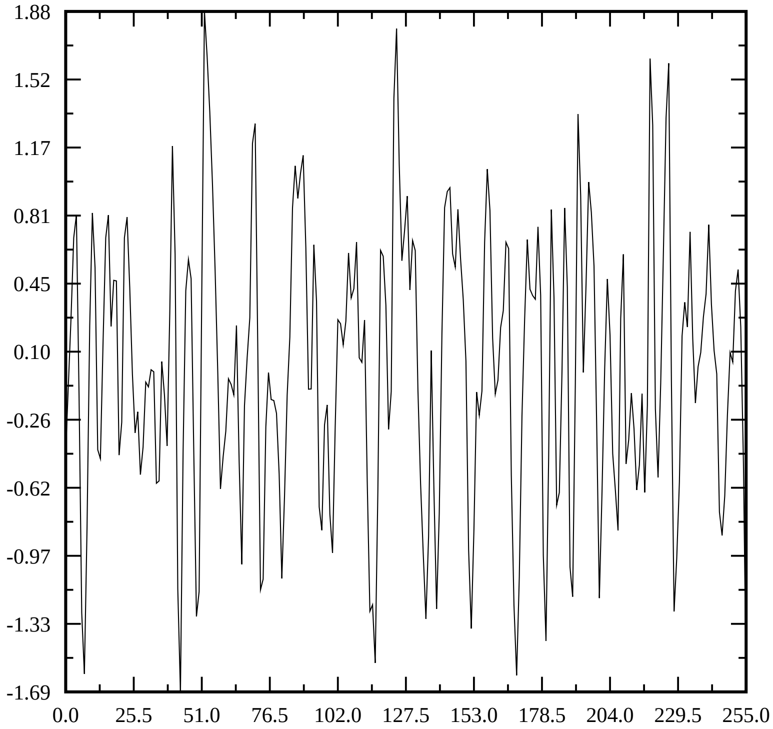


Rapport signal à bruit = .25

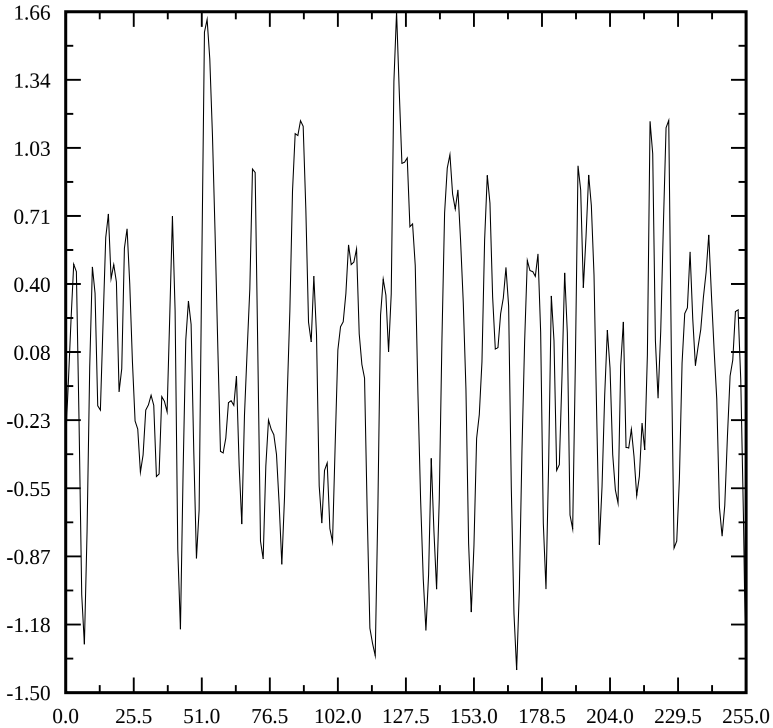


Rapport signal à bruit = 1

Figure 4: Modèles de saut d'amplitude bruité

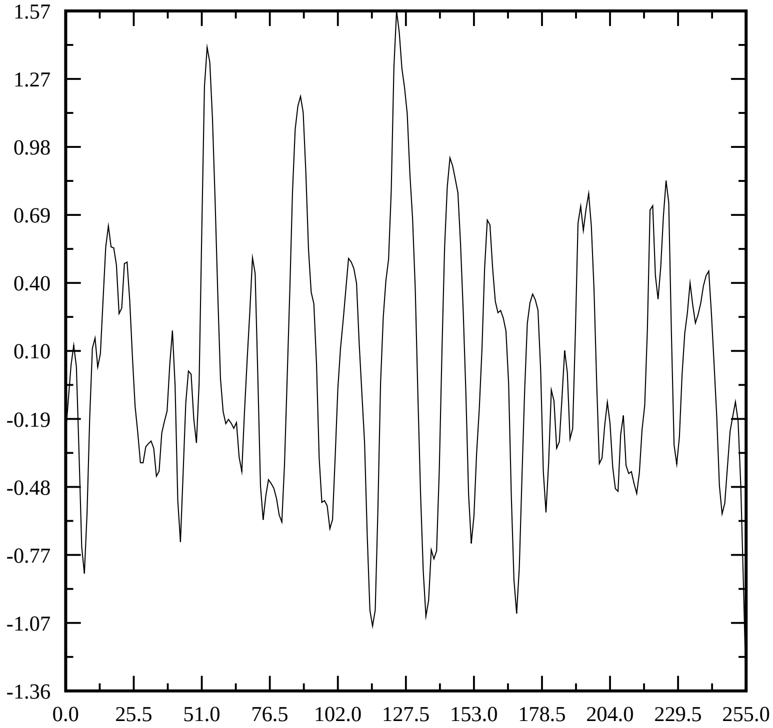


$\alpha\ =\ 1.$

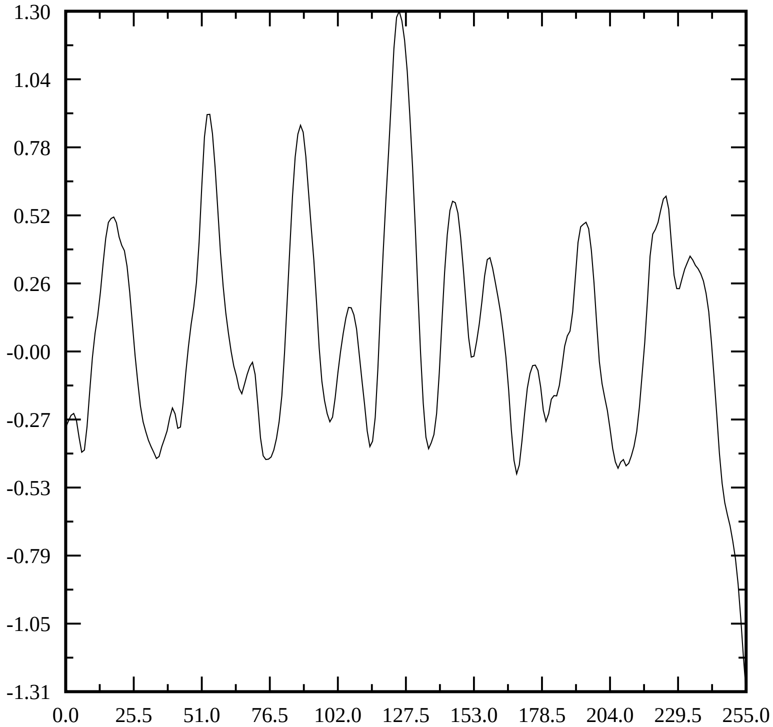


$\alpha\ =\ .75$

Figure 5: Détection sur le saut d'amplitude bruité avec rapport signal à bruit = .25

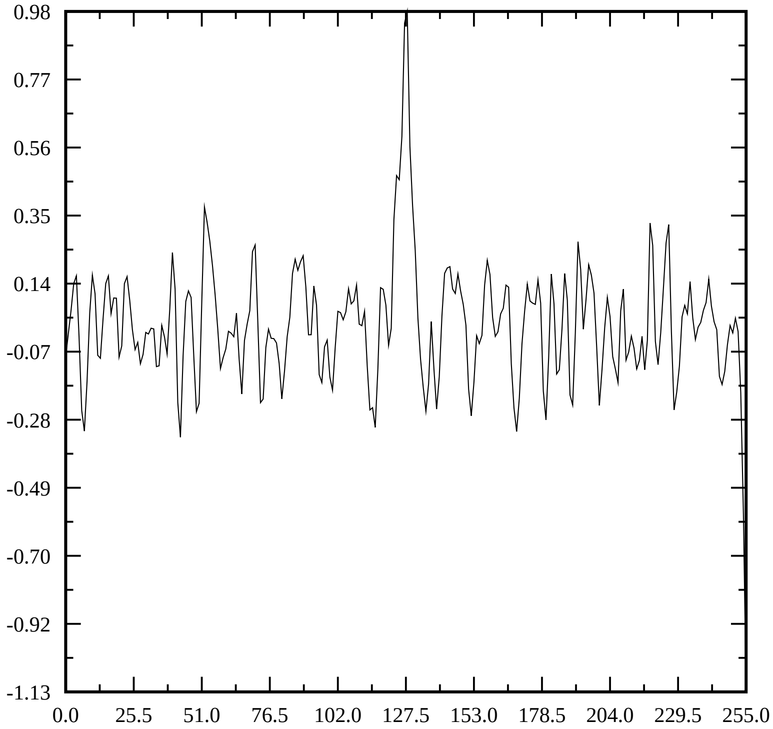


$\alpha\ =\ .5$

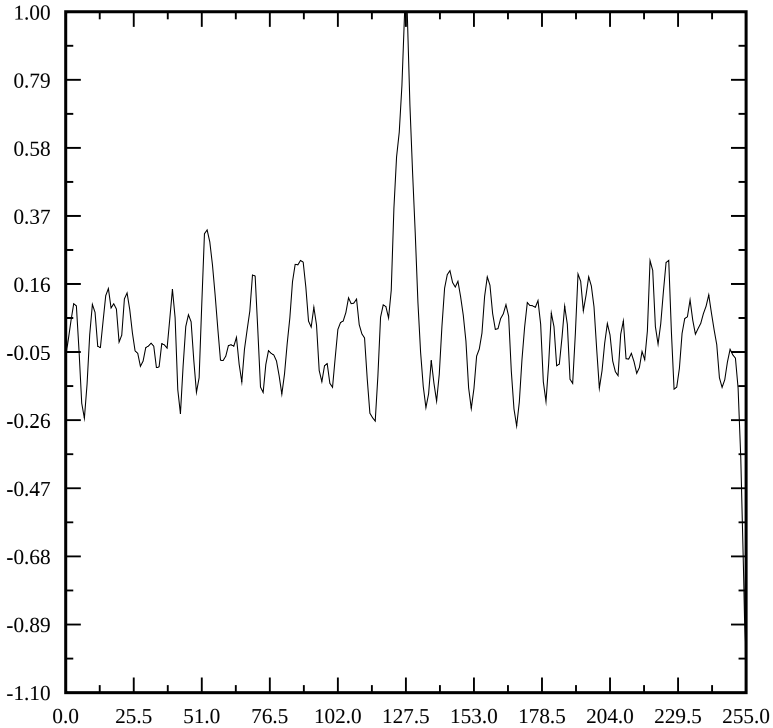


$\alpha\ =\ .25$

Figure 6: Détection sur le saut d'amplitude bruité avec rapport signal à bruit = .25

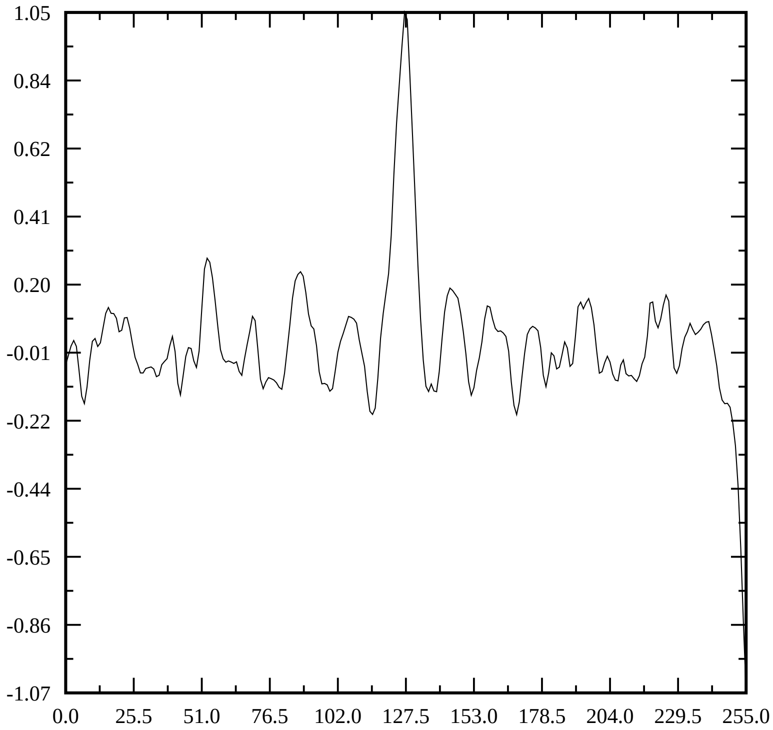


α = *1.*

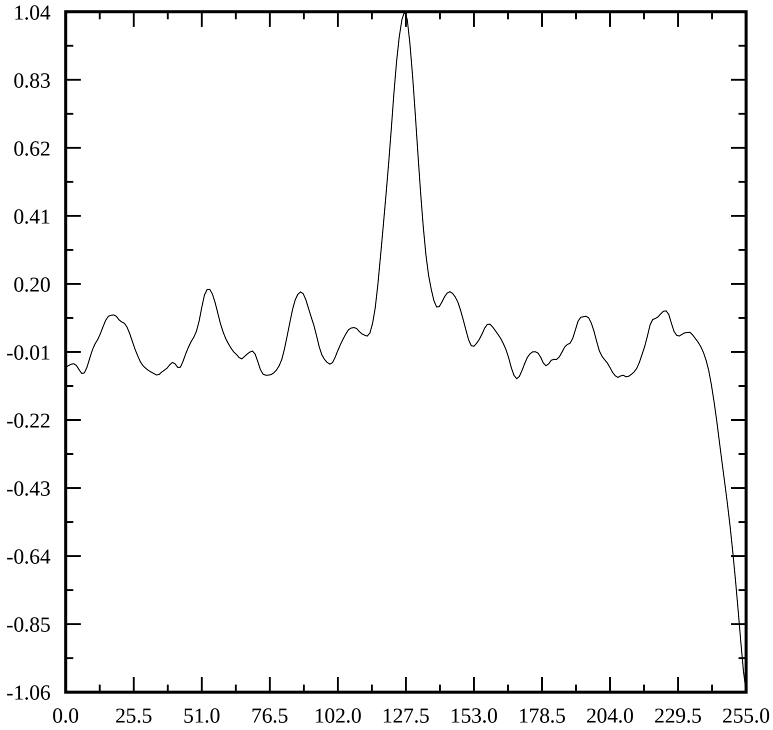


α = *.75*

Figure 7: Détection sur le saut d'amplitude bruité avec rapport signal à bruit = 1



$\alpha = .5$



$\alpha = .25$

Figure 8: Détection sur le saut d'amplitude avec rapport signal à bruit = 1

Figure 9: Image originale

Maxima locaux

Contours obtenus après seuillage par hystéresis.

Figure 10: Contours par la technique des maxima locaux

Passages par zéro

Contours obtenus après seuillage par hystéresis.

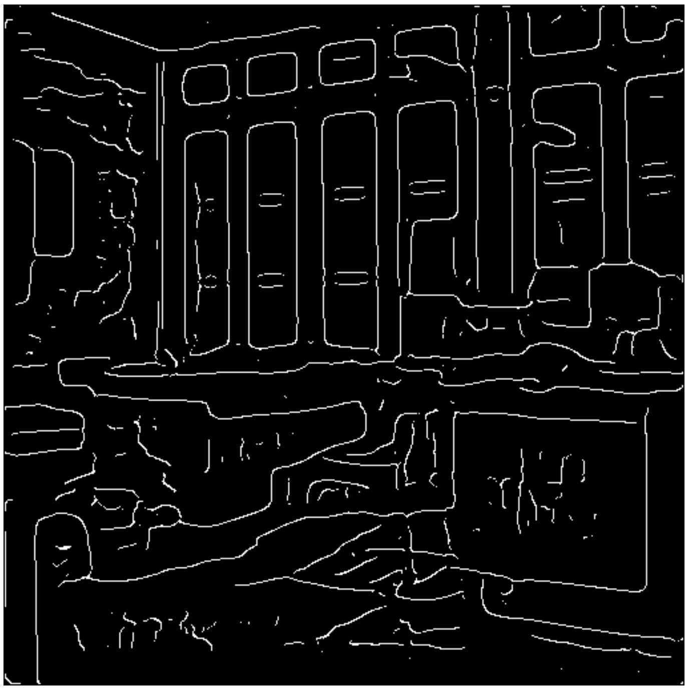
Figure 11: Contours par la technique des passages par zéro

Passages par zeŕo avec α=1

Passages par zéro avec α=.75

Figure 12: Contours obtenus à différentes résolutions

Passages par zéro avec α=.5



Passages par zéro avec α=.25

Figure 13: Contours obtenus à différentes résolutions