Codage de canal en bloc

a) $111 \rightarrow 111000$

b) $d_{min} = P_{min} = 3 \rightarrow$ pouvoir de détection $= d_{min} - 1 = 2$

pouvoir de correction $= \left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor = 1$

c) Décodage selon la distance de Hamming minimal

c^i	c^1	c^2	c^3	c^4	c^5	c^6	c^7	c^8
$d(r, c^i)$	4	3	3	4	1	2	2	5

$\rightarrow c^5$

Codage de canal convolutif

a) 10 01 01 11

b) 2

c) $R = \frac{1}{2}$. En tenant compte des 0,

$$R = \frac{8}{2 \times (8+2)} = \frac{2}{5}$$

d) Pour des séquences courtes, l'ajout des 0 réduit le rendement d'un codeur convolutif. Le nombre de 0 ajouté devient négligeable si la séquence est longue

e) Si les erreurs surviennent sur les bits 1, 3, 4,

On reçoit 10 11 00 00 00,

qui correspond au chemin $00 \xrightarrow{10} 10 \xrightarrow{11} 11 \xrightarrow{00} 11$

On va donc décoder 1 1

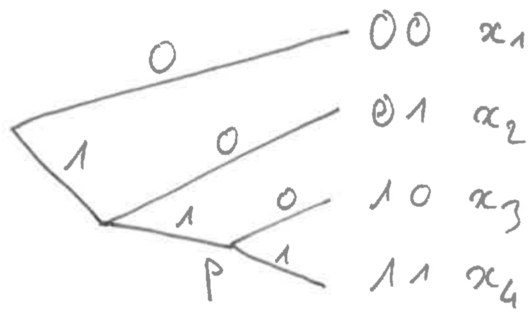
Codage de source et modulation

a)

Mot	probabilité
00	$(1-p)^2$
01	$p(1-p)$
10	$p(1-p)$
11	p^2

Comme la source est sans mémoire,
$H(X^2) = 2H(X) \simeq -2p\log_2 p$

Codage de Huffman :



$$L = \sum_{i=1}^{4} n_i P(x_i)$$
$$= 1 \times (1-p)^2 + 2p(1-p) + 3p(1-p) + 3p^2$$
$$\simeq 1 + 3p$$

Efficacité : $\eta = \dfrac{H(X^2)}{L} \simeq \dfrac{-2p\log_2 p}{1+3p} \simeq -2p\log_2 p$

contre $\dfrac{H(X)}{1} = -p\log_2 p$ initialement : on a doublé l'efficacité

b) Il vaut mieux choisir l'association (a), qui est un codage de Gray : une erreur sur un symbole n'affectera qu'un des 3 bits

$$ABCD = \underbrace{0}_{\substack{x_1\\00}}\underbrace{110}_{\substack{x_3\\10}}\underbrace{0}_{\substack{x_1\\00}}\underbrace{10}_{\substack{x_2\\01}}\underbrace{0}_{\substack{x_1\\00}}\underbrace{0}_{\substack{x_1\\00}}\underbrace{10}_{\substack{x_2\\01}}\underbrace{0}_{\substack{x_1\\00}}$$

c) $P(\overline{R_i} \mid S_i) = 2$ (puisque chaque symbole a 2 voisins adjacents)

$$e = \bigcup_{i=1}^{8} \{(\overline{R_i}, S_i)\} \longrightarrow P_e = \sum_{i=1}^{8} P(\overline{R_i}, S_i) = \sum P(\overline{R_i} \mid S_i)P(S_i)$$
$$= \frac{1}{8} \times 8 \times 2p$$
$$= 2p$$

$P_{eb} = P_e / 3 = \frac{2}{3}p$