

Codage de source

- a) D'après la ddp, les valeurs de x autour de x_i sont plus fréquentes que celles autour de x_j . On le principe du codage entropique est de coder les symboles les plus fréquents par les mots les plus courts.

Soit $H(x)$ l'entropie de la source dont l'alphabet est l'ensemble des niveaux de quantification.

Comme les échantillons successifs sont indépendants, la source est sans mémoire, donc l'entropie d'un paquet de N échantillons quantifiés est $N \cdot H(x)$.

D'après le théorème du codage, il existe un code à décodage unique et instantané tel que la longueur moyenne L_N des mots codant les paquets vérifie :

$$NH(x) \leq L_N < NH(x) + 1$$

Donc $\frac{L_N}{N} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} H(x)$, i.e. $L_N \rightarrow NH(x)$

Comme l'efficacité vaut $\frac{NH(x)}{L_N}$, elle tend vers 1

b) $H(x) = - \sum_{i=1}^M P(x_i) \log_2 P(x_i)$

On $P(\text{quantification de } x[n] \text{ par } x_i)$
 $= P(\text{seuil inf. de } x_i \leq x[n] \leq \text{seuil sup. de } x_i)$
 $= \text{constante indépendante de } i$

Donc $\forall i, P(x_i) = 1/M$

$$\text{Donc } H(x) = - \sum_{i=1}^M \frac{1}{M} \log_2 \frac{1}{M} = \log_2 M = m$$

Efficacité = $\frac{H(x)}{m} = 1$ On ne peut pas faire mieux

Codage de canal en bloc

a)

Mots de code	P_H	$d_H(n, c)$ (question d)
000 000	0	5
001 111	4	3
010 101	3	4
011 010	3	2
100 110	3	4
101 001	3	2
110 011	4	1
111 100	4	3

$$d_H \min = P_H \min = 3$$

$$\rightarrow \text{pouvoir de détection} = d_{\min} - 1 = 2$$

$$\rightarrow \text{pouvoir de correction} = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = 1$$

b) $G = [I_3, P]$ avec $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow H = \begin{bmatrix} \boxed{1 & 1 & 1} & \boxed{1 & 0 & 0} \\ \boxed{1 & 0 & 1} & \boxed{0 & 1 & 0} \\ \boxed{0 & 1 & 1} & \boxed{0 & 0 & 1} \end{bmatrix}$$

$P^T \quad I_3$

c) $S = n H^T = [010 \ 111] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \ 1 \ 0]$

$$S \neq [0 \ 0 \ 0]$$

donc il y a une erreur

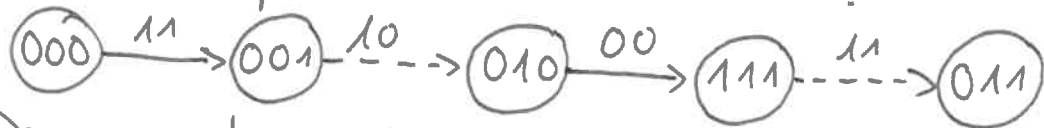
d) Voir tableau. On décode 110 011
 Décodage fiable car la distance correspond au pouvoir de correction.

Codage de canal convolutif

a) Mots de 1 bit en entrée, de 2 bits en sortie
→ rendement = $1/2$

Etat défini par 3 bits, donc longueur de contrainte = 4

Transitions pour une entrée 1010 :



Donc sortie = 11 10 00 11

b) - De l'état 110 partent 2 transitions associées à une entrée 1

- Une entrée 0 (resp. 1) devrait boucler l'état 000 (resp. 111) sur lui-même
- Il n'y a pas de sortie des états 100, 101 et 011