Université Paris Descartes / UFR de Mathématiques et Informatique
L3 MIA

Systèmes de Communication

Examen 1ère session (1h30) - 17 mai 2010

Documents, calculatrices et téléphones interdits

Il est attendu la plus grande rigueur dans la rédaction des réponses, qui devront être claires, courtes et précises à la fois. *Les trois parties peuvent être abordées dans l'ordre qui vous conviendra, mais les réponses à chaque partie ne devront pas être dispersées dans la copie. Vous trouverez en annexe quelques compléments éventuellement utiles.*

1 Questions de cours (9 points)

a) Quelles sont les deux étapes de la numérisation d'un son ? Laquelle peut être sans perte d'information et à quelle condition ?

b) Qu'est-ce que le seuil de masquage d'un son et comment est-il utilisé pour le codage perceptif ?

c) Pourquoi les phénomènes de réflexion et de diffraction sont-ils intéressants pour les communications mobiles et la radio-diffusion ? Quelle est la conséquence sur les fréquences d'émission choisies pour ces applications ?

d) Un système de communications dispose d'une certaine bande passante pendant une certaine durée et d'une certaine puissance d'émission totale autorisée. Quel multiplexage permet de maximiser le nombre d'utilisateurs ? (justifier)

e) Dans un système de communications mobiles, pourquoi est-il difficile d'éviter à la fois l'interférence entre symboles et l'effet Doppler ? Qu'est-ce qui a été privilégié dans le GSM et l'UMTS ?

f) Quel est le rôle des 6 bits pilotes au milieu d'un slot en UMTS ?

g) Quelle est la particularité de l'architecture du réseau UMTS par rapport au réseau GSM ?

h) Dans le codage de la parole au format GSM, les bits de classe Ia sont protégés par 2 codages de canal, ceux de la classe Ib le sont par un seul codage et ceux de la classe II sont transmis sans codage de canal. Pourquoi ?

i) Dans un émetteur GSM, pourquoi ajoute-t-on 4 bits à 0 aux bits de la classe I avant le codage convolutif ?

2 Exercices

2.1 Comparaison MAQ-16 / MDP-16 (7 points)

L'objectif de cet exercice est de comparer les probabilités d'erreur d'une MAQ-16 et d'une MDP-16 pour un même débit et une même énergie par élément binaire.

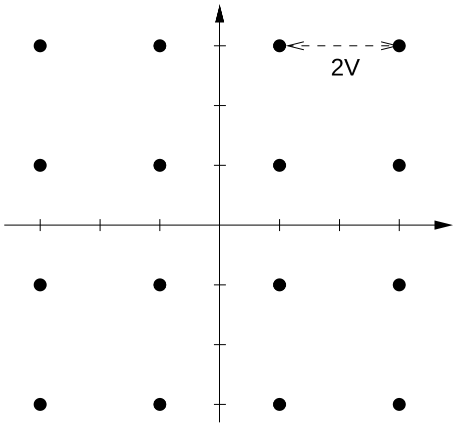


FIG. 1 – MAQ-16.

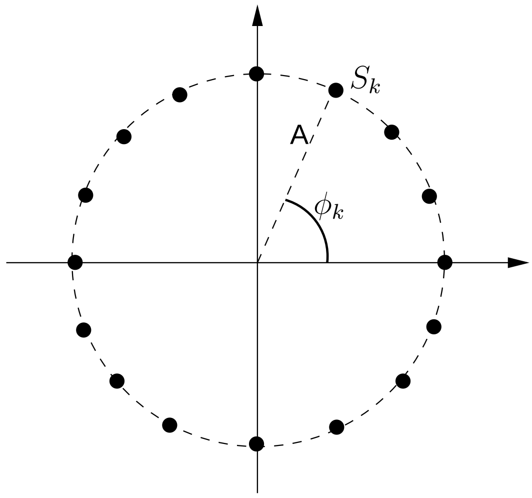


FIG. 2 – MDP-16.

a) Sur la feuille de réponse en dernière page, indiquez pour chacune des deux constellations le mot binaire porté par chaque symbole, dans le cas d'un codage de Gray. *Ne pas écrire votre nom ou autre signe distinctif sur la feuille de réponse.*

b Le canal introduit un bruit blanc gaussien centrée de densité spectrale de puissance $N_0/2$. Après démodulation, filtrage adapté et échantillonnage, on obtient, pour chaque symbole émis, un point $M = (z_c, z_s)$ tel que :

– pour la MAQ-16 et pour un symbole $S_{ij} = (Va_i, Vb_j)$,

$$\begin{aligned} z_c &= a_i + b_c \\ z_s &= b_j + b_s \end{aligned}$$

– pour la MDP-16 et pour un symbole $S_k = (A\cos\phi_k, A\sin\phi_k)$,

$$\begin{aligned} z_c &= A\cos\phi_k + b_c \\ z_s &= A\sin\phi_k + b_s \end{aligned}$$

où b_c et b_s sont des variables aléatoires gaussiennes centrées, de variance $\sigma^2 = N_0/T$, avec T la durée symbole.

Pour la MAQ-16, la probabilité d'erreur par élément binaire vaut :

$$P_{eb} = \frac{3}{4} Q\left(\frac{V}{\sigma}\right)$$

avec

$$Q : x \to \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \mathrm{e}^{-z^2/2} \mathrm{d}z$$

On va maintenant calculer la probabilité d'erreur pour la MDP-16. Considérons tout d'abord l'émission du symbole S_0 correspondant à $\phi_0 = 0$. On a donc :

$$\begin{aligned} z_c|S_0 &= A + b_c \\ z_s|S_0 &= b_s \end{aligned}$$

La zone de décision associée à S_0 est représentée en grisé sur la figure 3. L'angle de ce secteur angulaire étant faible, cette zone de décision peut être vue comme une bande de plan dans le voisinage de S_k, comme indiqué sur la figure 4. Si le bruit est modéré, M est dans le voisinage de S_k.

Exprimer la probabilité de ne pas reconnaître le symbole S_0, $\mathrm{P}(\overline{R_0}|S_0)$, à l'aide de la fonction Q. En considérant que $\mathrm{P}(\overline{R_k}|S_k)$ est la même pour tous les symboles S_k et que les symboles sont équiprobables, en déduire la probabilité d'erreur par symbole puis la probabilité d'erreur par élément binaire :

$$P_{eb} = \frac{1}{2} Q\Big(\frac{A}{\sigma} \sin\frac{\pi}{16}\Big)$$

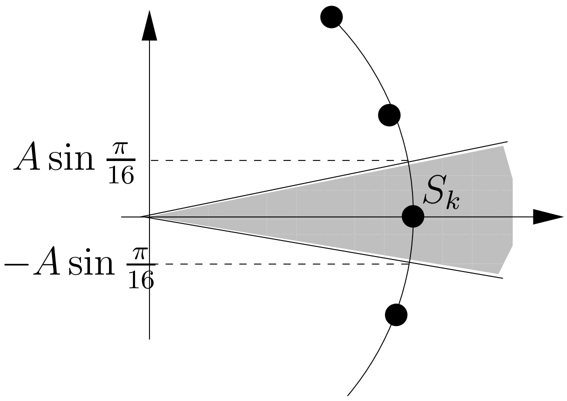


FIG. 3 – Zone de décision pour le symbole S_0 de la MDP-16.

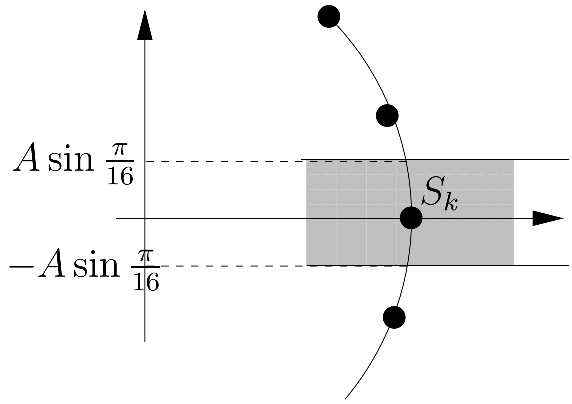


FIG. 4 – Zone de décision approchée au voisinage de S_0.

c) L'énergie moyenne par symbole E_S vaut :
- $A^2T/2$ pour la MDP-16 ;
- $5V^2T$ pour la MAQ-16.

Montrer que :

$$\begin{aligned} \text{Pour la MAQ}-16, \quad P_{eb} &= \frac{3}{4} Q\Big(\sqrt{\frac{E_S}{5N_0}}\Big) \\ \text{Pour la MDP}-16, \quad P_{eb} &= \frac{1}{2} Q\Big(\sqrt{\frac{2E_S}{N_0}} \sin\frac{\pi}{16}\Big) \end{aligned}$$

Sachant que $\sqrt{\frac{1}{5}} \simeq 1,6 \times \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{16}$, à l'aide de la figure 5, comparez les probabilités d'erreur des deux modulations à débit et énergie par élément binaire identiques.

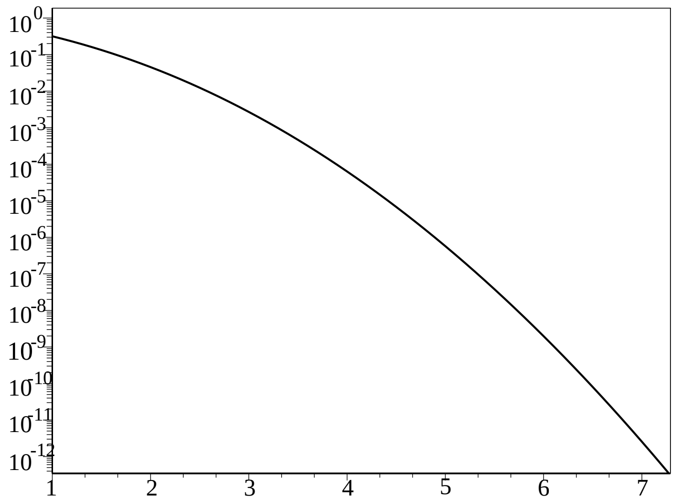
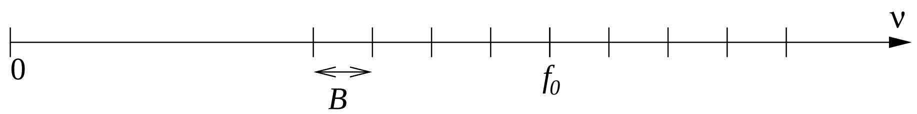


FIG. 5 – Fonction Q.

2.2 Multiplexage (5 points)

Un émetteur hertzien doit multiplexer et transmettre les données de plusieurs utilisateurs avec une modulation d'amplitude à 2 états (MDA-2). Les impulsions du modulant étant en cosinus surélevé, l'occupation spectrale pour un débit D est $B = (1 + \alpha)D$, où α est le facteur de retombée. La bande totale disponible est $8B$, autour d'une fréquence f_0.



a) Deux utilisateurs ont un débit D, un a un débit $2D$ et un a un débit $4D$. Dans le cas d'un multiplexage fréquentiel, indiquer, sur l'axe des fréquences positives, le partage de la bande de fréquence entre les 4 utilisateurs. (on ne demande pas de représenter le spectre)

b) On adopte un multiplexage par code, avec des codes OVSF (voir figure 6).
- Dessiner le schéma de principe de l'émetteur.
- Quels codes attribuer aux différents utilisateurs ? (justifier votre réponse).
- Si l'utilisateur ayant un débit $2D$ souhaite transmettre le mot binaire $[1; 1; -1; 1]$, quelle est la séquence de chips transmise ?
- Si le nombre et les débits des utilisateurs changent, quel est l'intérêt du CDMA par rapport au FDMA ?

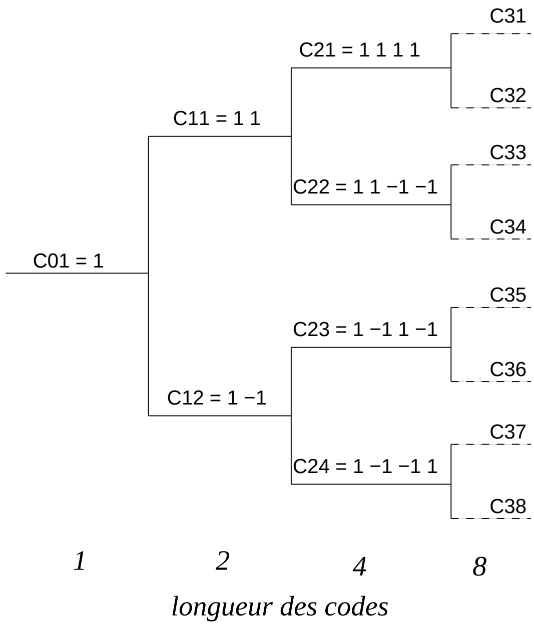


FIG. 6 – Arbre de codes OVSF.

3 Annexes

Probabilités

Soient A et B deux événements.

$$\mathrm{P}(A|B) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$$

Règle de Bayes :

$$\mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B)$$

Soient une variable aléatoire Z et deux réels a et b :

$$\mathrm{P}(a < Z < b) = \int_a^b \mathrm{p}(z)\mathrm{d}z$$

Densité de probabilité d'une variable aléatoire Z gaussienne de moyenne m et de variance σ^2 :

$$\mathrm{p}(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\Big(- \frac{(z-m)^2}{2\sigma^2}\Big)$$

4 Feuille de réponse

Toute feuille portant un nom ou tout autre signe distinctif sera considérée comme nulle.

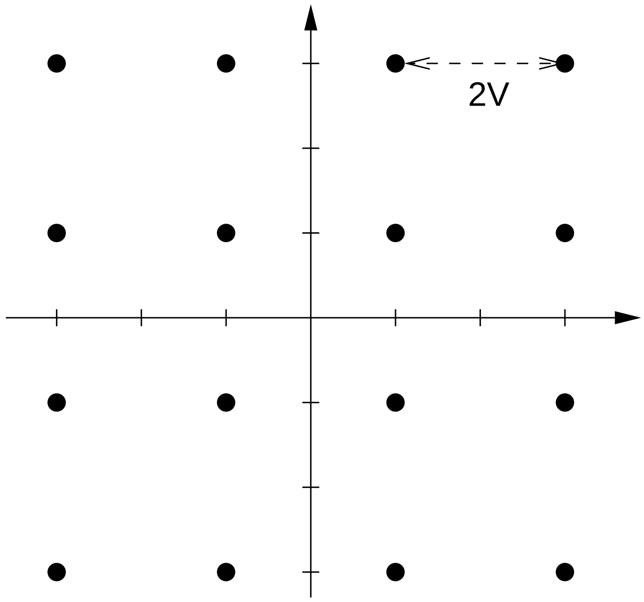


FIG. 7 – MAQ-16.

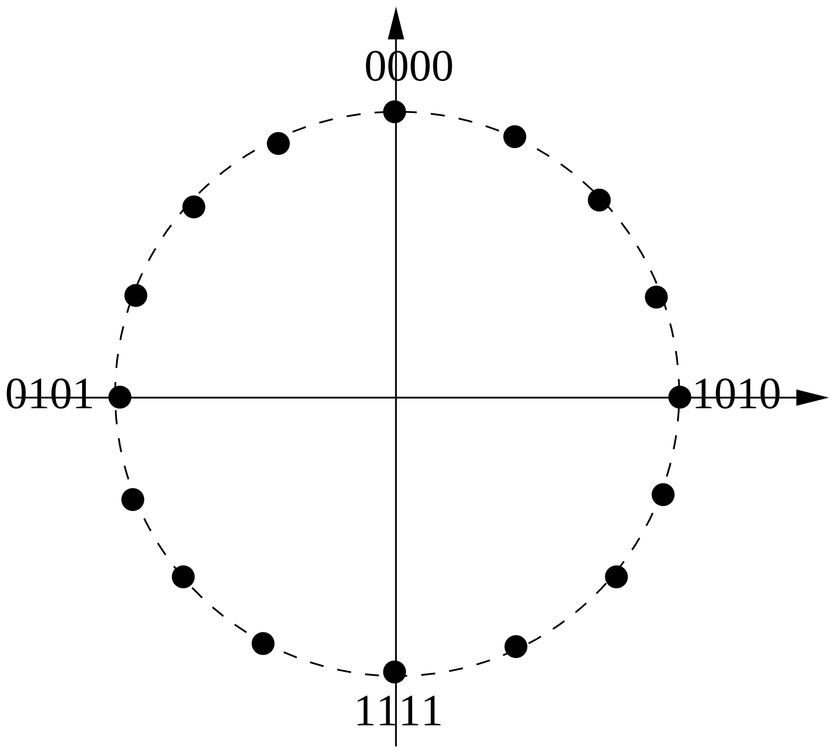


FIG. 8 – MDP-16.