

Systèmes de Communication

Examen 1ère session (1h30) - 29 avril 2015

Documents, calculatrices et téléphones interdits

Il est attendu la plus grande rigueur dans la rédaction des réponses, qui devront être claires, courtes et précises à la fois. Les trois parties peuvent être abordées dans l'ordre qui vous conviendra, mais les réponses à chaque partie ne devront pas être dispersées dans la copie. Vous trouverez en annexe quelques compléments éventuellement utiles.

1 Questions de cours (10 points)

- a) Quelles sont les deux étapes de la numérisation d'un son ? Laquelle peut être sans perte d'information et à quelle condition ?
- b) Chaque point de la figure ci-dessous représente le couple de valeurs échantillonnées dans le récepteur d'une modulation MAQ, après démodulation et filtrage adapté.
- A quoi est due la rotation de la constellation par rapport aux symboles émis ?
 - Que faut-il modifier dans le récepteur pour éviter cette rotation ?
 - Le fait de corriger la rotation est-il toujours suffisant ?

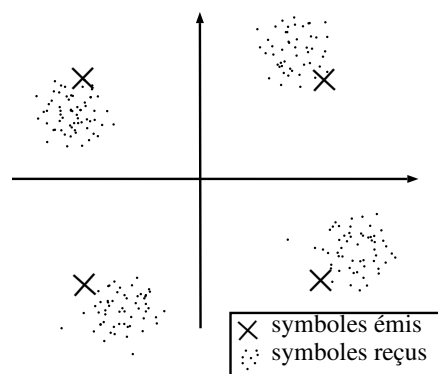


FIGURE 1 – Constellation des symboles d'une MAQ-4 en émission et en réception.

- c) Dans le cas d'une MDA, comment le déphasage entre la porteuse d'émission et celle de réception se traduit-il sur les symboles échantillonnés en réception ?
- d) Quel est le rôle des 6 bits pilotes au milieu d'un slot en UMTS ?

e) Qu'est-ce que le *soft-handover* ?

f) Dans un réseau UMTS, en liaison descendante, on utilise :

- des codes OVFSF, parfaitement orthogonaux, comme codes de channelization, pour différencier les utilisateurs d'une même cellule ;
- des codes de Gold, imparfaitement orthogonaux, comme codes de scrambling, pour différencier les utilisateurs de cellules voisines.

Un utilisateur U_i reçoit un message binaire de sa station de base B . Le message binaire décodé est parasité par ceux de tous les utilisateurs U_j de cellules proches utilisant le même code de channelization. Lors de l'émission d'un symbole binaire $a_i = \pm 1$, le symbole reçu après démodulation, décodage selon le code de channelization et décodage selon le code de scrambling de U_i , est :

$$\tilde{a}_i = a_i + \sum_{j \neq i} a_j \frac{S^i \cdot S^j}{S^i \cdot S^i} \frac{U_i B}{U_j B}$$

où $a_j = \pm 1$ et S^k représente la séquence de Gold attribuée à l'utilisateur U_k comme code de scrambling. $S^i \cdot S^j$ désigne le produit scalaire entre S^i et S^j . $U_k B$ désigne la distance entre l'utilisateur U_k et la borne B .

Expliquer précisément (en argumentant sur les valeurs de $S^i \cdot S^j / S^i \cdot S^i$ et $U_i B / U_j B$) pourquoi le terme d'interférence est négligeable.

g) Dans les systèmes de communications mobiles, le flux binaire issu du codage de source de la parole subit différents niveaux de codage de canal. Par exemple, le GSM ne code qu'une partie des bits (une à deux fois selon la classe), tandis que l'UMTS utilise 5 niveaux de codage. Expliquez ce choix de ne pas coder tous les bits et d'utiliser des niveaux de protection différents pour ceux qui sont codés. Expliquez à quoi sert l'entrelacement des bits qui suit le codage de canal.

2 Exercices

2.1 Interférence entre symboles, débit et probabilité d'erreur (4 points)

On considère une transmission M-aire en bande de base sur un canal bruité de bande passante $B = 300$ kHz. Le bruit de canal a une densité spectrale de puissance constante $N_0/2$. La puissance d'émission étant fixée, le rapport $(E_b/N_0)_{dB}$ (énergie par élément binaire sur N_0) est fonction du débit binaire D comme indiqué sur la figure 2. On utilise des impulsions en cosinus surélevé avec un facteur de retombée $\alpha = 0.2$. La densité spectrale de puissance du signal émis est représentée sur la figure 4. On souhaite transmettre avec le débit maximal, sans interférences entre symboles et avec une probabilité d'erreur **binaire** $Pe < 10^{-3}$.

a) Pour tenir compte de la limitation de la bande passante du canal et ainsi éviter l'interférence entre symboles, quelle la rapidité de modulation R maximale ? (On rappelle que la rapidité de modulation est le nombre de symboles par seconde) En déduire le débit maximal pour $M = 2, 4$ et 8 .

b) La deuxième contrainte du canal limitant le débit est le bruit : la figure 3 indique la probabilité d'erreur **par symbole** en fonction du rapport signal à bruit E_b/N_0 . Pour $M = 2, 4$ et 8 , quelle est la valeur minimale de $(E_b/N_0)_{dB}$ et quel est le débit maximal ?

c) Conclure : en tenant compte des deux contraintes - limitation de la bande passante et bruit du canal - quelle valeur de M permet le débit maximal ?

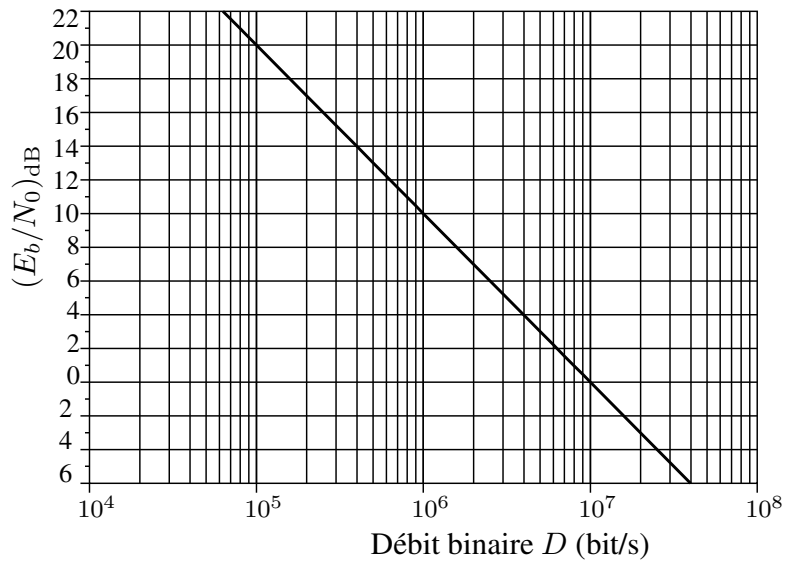


FIGURE 2 – Rapport $(E_b/N_0)_{dB}$ en fonction du débit D .

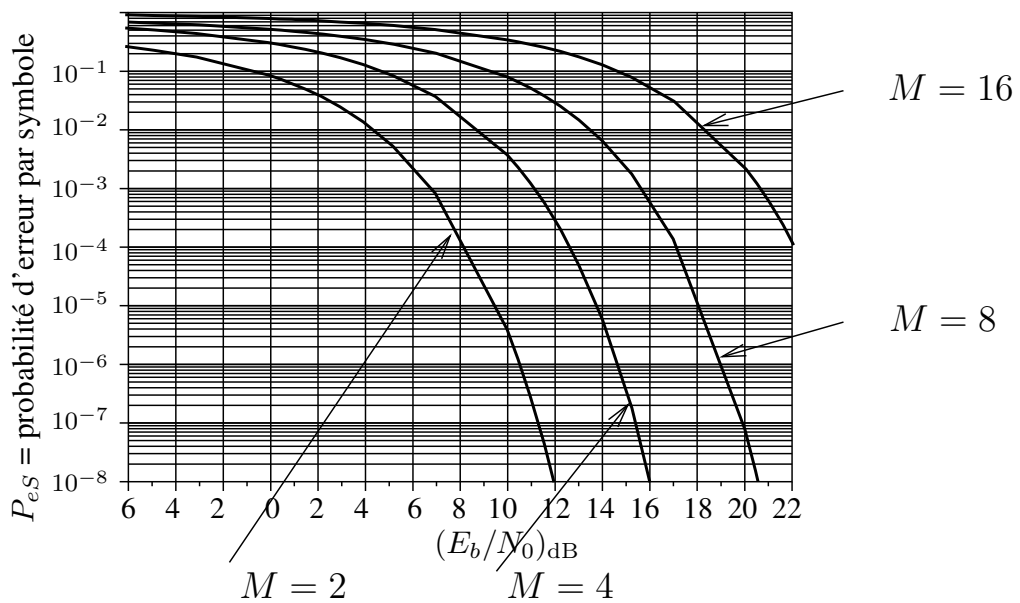


FIGURE 3 – Probabilité d'erreur **par symbole** pour un code NRZ à symboles M -aires.

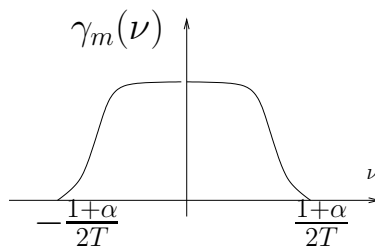


FIGURE 4 – Densité spectrale de puissance d'un signal de communication NRZ M -aire à impulsions en cosinus surélevé de facteur de retombée α .

2.2 Transmission sur 3 porteuses orthogonales (7 points)

On considère une modulation de type OFDM (*orthogonal frequency division multiplexing*), sur 3 porteuses p_1 , p_2 et p_3 émises simultanément. Chaque symbole émis, de durée T , a pour expression :

$$S_{ijk}(t) = \left(a_i \cdot p_1(t) + b_j \cdot p_2(t) + c_k \cdot p_3(t) \right) h(t)$$

où :

- $p_n(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_n t) \quad \forall n = 1, 2, 3$
- chaque porteuse subit une modulation binaire : i, j et $k \in \{0, 1\}$, $a_0 = b_0 = c_0 = -A$ et $a_1 = b_1 = c_1 = A$, avec A un réel positif
- h représente la fonction porte, qui vaut 1 entre 0 et T , et 0 en dehors de cet intervalle

Les fréquences porteuses sont espacées de $\Delta f = 1/T$: $f_2 = f_1 + \Delta f$ et $f_3 = f_2 + \Delta f$. Les trois porteuses sont dites orthogonales, c'est-à-dire que le produit scalaire de deux porteuses vaut :

$$\langle p_m | p_n \rangle = \int_0^T p_m(t) p_n(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{si } m = n \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

a) Le schéma d'émission/réception est représenté sur la figure 5. On néglige pour l'instant le bruit du canal. Lors de l'émission d'un symbole S_{ijk} , quel traitement appliquer au symbole sur chaque voie de réception pour obtenir $z_a = a_i$ sur la 1ère voie de réception, $z_b = b_j$ sur la 2e et $z_c = c_k$ sur la 3e ?

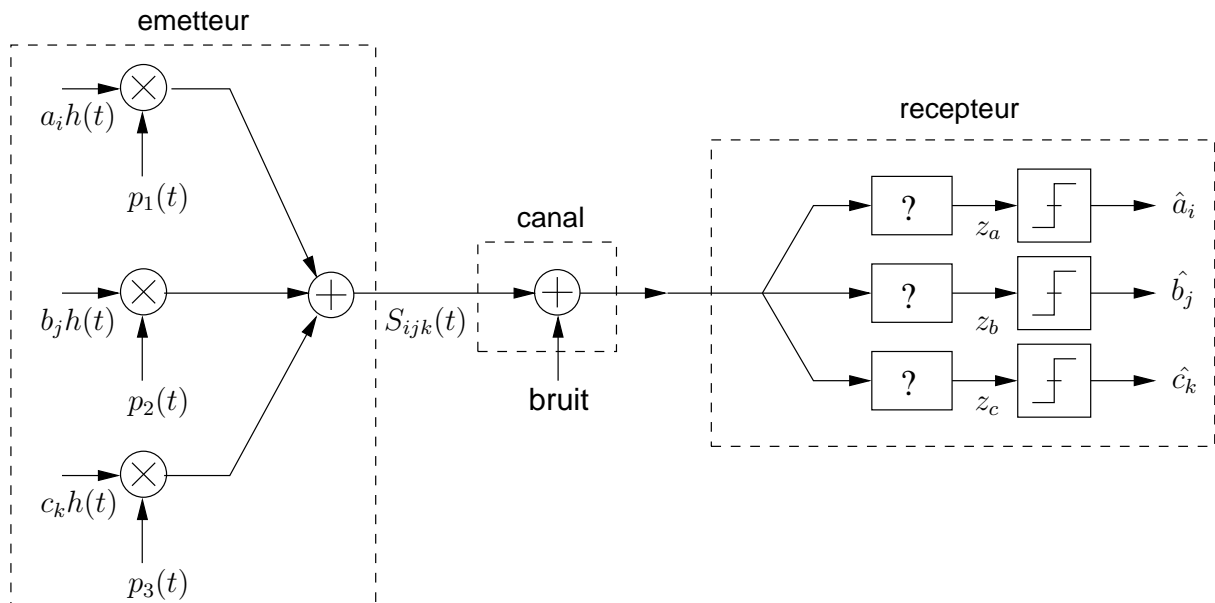


FIGURE 5 – Schéma de transmission OFDM.

b) Cette modulation se représente par une constellation dans l'espace comme indiqué sur la figure 6, chaque symbole ayant pour coordonnées ses coefficients (a_i, b_j, c_k) .

En considérant un codage de Gray, indiquer sur chaque symbole de la modulation le mot binaire correspondant.

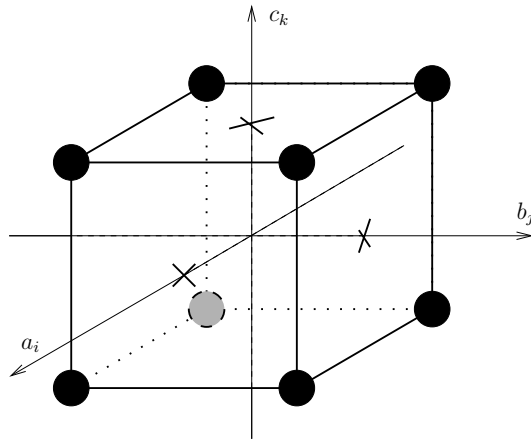


FIGURE 6 – Constellation d'une modulation OFDM à 3 porteuses.

c) Lorsqu'on émet un symbole $S_{ijk} = (a_i, b_j, c_k)$ sur un canal bruité, on reçoit, après démodulation, un symbole

$$Z = \begin{pmatrix} z_a \\ z_b \\ z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i + B_a \\ b_j + B_b \\ c_k + B_c \end{pmatrix}$$

où B_a , B_b et B_c sont des variables aléatoires gaussiennes centrées supposées **indépendantes**, de même variance σ^2 (donc de même densité de probabilité).

c1- La zone de décision associée à un symbole S_{ijk} est un huitième d'espace. Par exemple, la zone de décision de S_{111} est le huitième d'espace défini par $\{z_a > 0, z_b > 0, z_c > 0\}$.

On note R_{ijk} l'événement correspondant à la détection du symbole S_{ijk} . Montrer que la probabilité de bonne détection lorsqu'on émet S_{111} , vaut :

$$P(R_{111}|S_{111}) = P(B_a > -A)^3$$

Vous justifierez soigneusement chaque étape de votre calcul.

c2- On peut montrer que $P(B_a > -A) = 1 - Q(A/\sigma)$, où Q désigne la fonction d'erreur complémentaire, définie par :

$$Q : x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2/2} dz$$

Si le canal n'est pas trop bruité, $Q(A/\sigma) \ll 1$. Montrer alors que la probabilité de fausse détection lors de l'émission de S_{111} peut être approchée par :

$$P(\overline{R_{111}}|S_{111}) \simeq 3Q(A/\sigma)$$

d) On peut généraliser cette modulation OFDM à un nombre quelconque de porteuses de fréquences espacées de $1/T$. L'OFDM peut ainsi être comparé à un multiplexage fréquentiel.

Quelle est l'occupation spectrale d'une modulation de porteuse binaire de durée symbole T utilisant comme modulant des impulsions en cosinus surélevé de facteur de retombée α ? (vous pouvez vous aider de la figure 4)

En déduire l'écart minimal entre deux fréquences porteuses dans le cas d'un multiplex fréquentiel classique.

Concluez sur l'intérêt de l'OFDM par rapport au multiplexage fréquentiel classique.