

Université Paris Descartes / UFR de Mathématiques et Informatique
L3 MI : Systèmes de Communication

Examen final (1h30) - 3 mai 2018

Documents, calculatrices et téléphones interdits

Il est attendu la plus grande rigueur dans la rédaction des réponses, qui devront être claires, courtes et précises à la fois. Les trois parties de l'exercice peuvent être abordées dans l'ordre qui vous conviendra, mais les réponses à chaque partie ne devront pas être dispersées dans la copie. Il est souvent possible de traiter une question sans avoir réussi la précédente. Vous trouverez en annexe quelques compléments éventuellement utiles.

1 Questions de cours (7 points)

- a) Donner la définition de l'entropie d'une source, en français, sans formule mathématique.
- b) On considère le codage perceptif d'un signal audio. Pour la séquence de signal dont le spectre d'amplitude et le seuil de masquage sont représentés sur la figure 1,
- quelle condition doit vérifier le bruit de codage ?
 - si le codage est effectué dans le domaine fréquentiel, qu'est-ce qui facilite la compression du signal ?

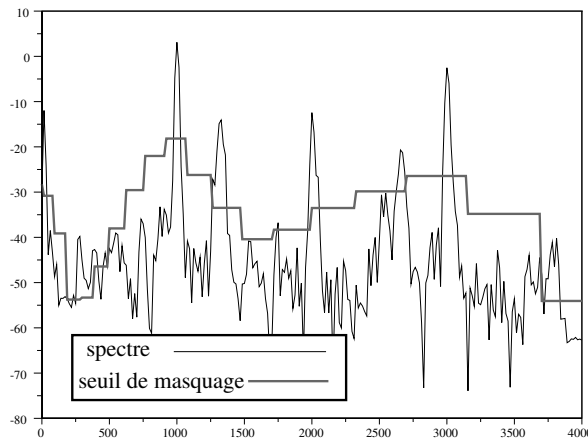


FIGURE 1 – Spectre d'amplitude et seuil de masquage d'une séquence de 32 ms de violon.

- c) Dans le multiplexage par code (CDMA), qu'est-ce qui permet de séparer les flux des différents utilisateurs dans le mélange reçu ? (on ne vous demande pas de calculs, mais d'expliquer le principe)
- d) Quels types de multiplexage sont utilisés dans les télécommunications mobiles 2G (GSM) et 3G (UMTS) ?

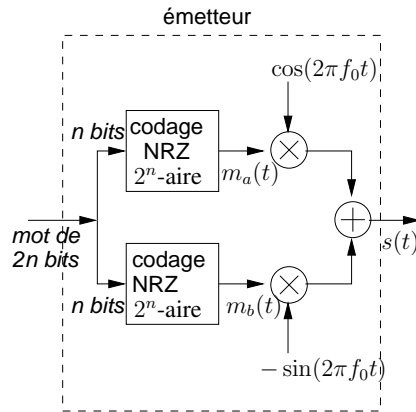


FIGURE 2 – Émetteur MAQ

e) En plus du codage de canal, les systèmes de communications mobiles protègent les flux binaires par un entrelacement. Expliquez le principe de ce procédé pour la 3G (entrelacement simple) et son intérêt.

2 Exercice

2.1 Codage de canal en bloc (3 points)

Soit un code en bloc linéaire défini par la matrice génératrice G suivante :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Construire l'ensemble des mots de code. Quelle est la distance minimale de ce code ?
- On reçoit le mot $r = 100101$. Décoder r selon la distance minimale (*i.e.* en recherchant le mot de code le plus proche du mot reçu). Ce décodage est-il fiable ? (justifier votre réponse).

2.2 Modulation et adaptation au canal (6 points)

On considère une transmission par modulation d'amplitude de deux porteuses en quadrature à 16 états (MAQ-16), dont le schéma de principe de l'émetteur est représenté sur la figure 2 (ici, $n = 2$).

- Expliquez en quoi consiste la démodulation dans le récepteur MAQ.
- Dessinez la constellation des symboles en indiquant sur chaque symbole le mot binaire qu'on peut lui associer en faisant un codage de Gray.
- Les modulateurs m_a et m_b sont formés en utilisant des impulsions en cosinus surélevé de facteur de retombée α . Leur densité spectrale de puissance (DSP) est représentée sur la figure 3. Dessinez la DSP du signal émis s et donnez l'expression de sa largeur.

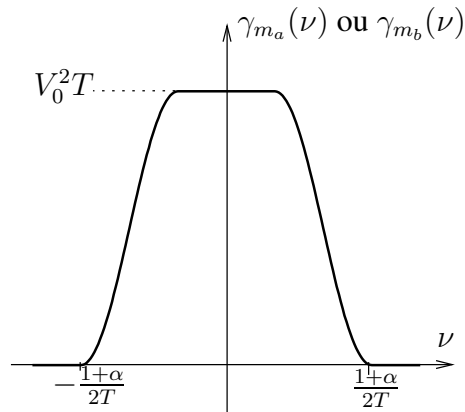


FIGURE 3 – DSP d'un signal NRZ durée symbole T avec des impulsions en cosinus surélevé.

d) Le canal a une bande passante \mathcal{B} autour de f_0 . Exprimez le débit maximal D sans interférence entre symboles permis par cette bande passante, en fonction de \mathcal{B} et α . Application numérique : $\alpha = 0,6$ et $\mathcal{B} = 0,4$ MHz. Si le flux binaire est protégé par le codage de canal vu dans la section 2.1, quel est le débit utile de données D_u ?

2.3 Effet du bruit sur la probabilité d'erreur (4 points)

La probabilité de détecter un symbole autre que le symbole S_{ij} en réception sachant que le symbole S_{ij} a été émis s'exprime :

$$P(\bar{R}_{ij}|S_{ij}) = K_{ij} \cdot Q\left(\frac{4E_b}{5N_0}\right)$$

où K_{ij} désigne le nombre de voisins à distance minimale de S_{ij} , E_b est l'énergie par élément binaire, $N_0/2$ est la DSP du bruit du canal et Q est la fonction définie par :

$$Q : x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2/2} dz$$

a) Sachant que les 16 symboles sont équiprobables, calculez la probabilité d'erreur par symbole P_{eS} en fonction de E_b/N_0 . Sachant qu'on utilise un codage de Gray, en déduire la probabilité d'erreur par élément binaire P_e .

b) Les figures 4 et 5 indiquent respectivement la relation entre le débit binaire D et le rapport E_b/N_0 , et la probabilité d'erreur binaire P_e en fonction de E_b/N_0 . Quel est le débit maximal permettant de respecter la contrainte $P_e < 10^{-3}$? En tenant compte de la limitation de la bande passante (section 2.2), quel est finalement le débit maximal ?

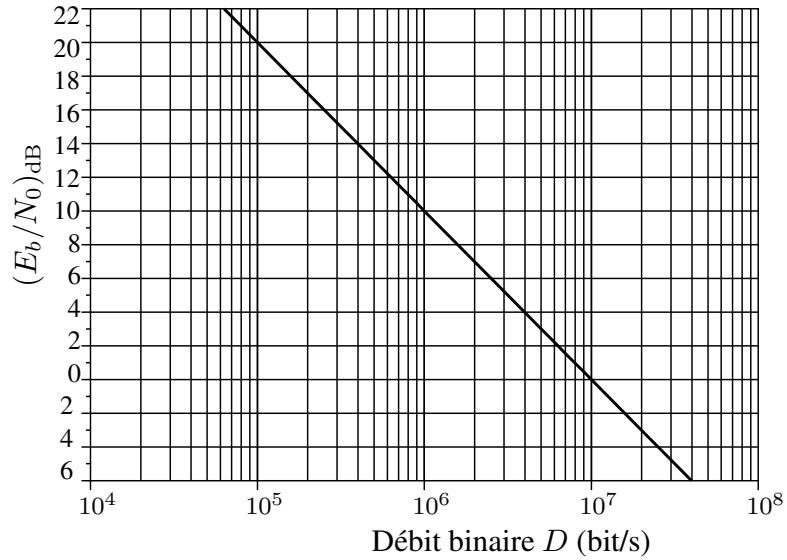


FIGURE 4 – Rapport $(E_b/N_0)_{\text{dB}}$ en fonction du débit D .

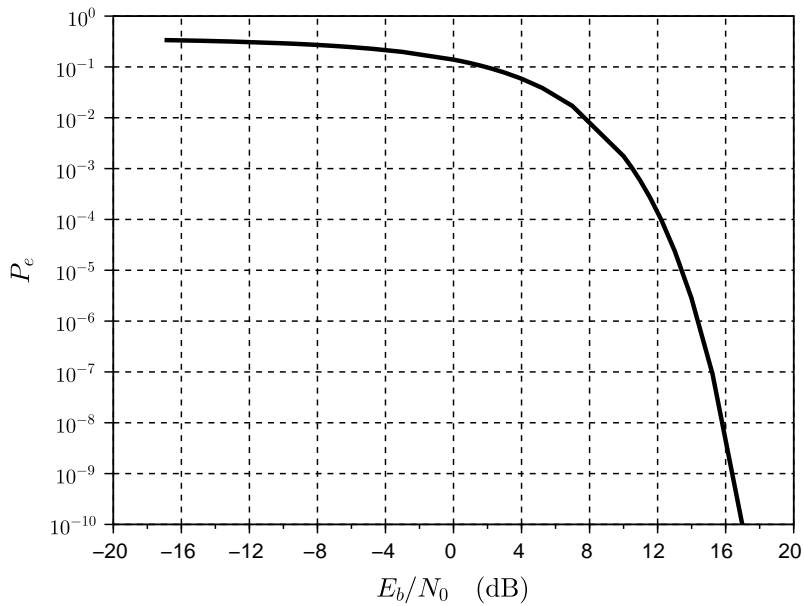


FIGURE 5 – Probabilité d'erreur binaire d'une MAQ-16 selon le rapport E_b/N_0 .

3 Annexes

Probabilités. Soient A et B deux événements.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Règle de Bayes : $P(B|A)P(A) = P(A|B)P(B)$

Codes correcteurs : Pour un code en bloc linéaire de distance minimale d_{\min} , le pouvoir de détection vaut $d_{\min} - 1$ et le pouvoir de correction $\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \rfloor$.