Correction examen du 2 mai 2022

1) Fig 2 : $P_{eb} < 10^{-3} \Rightarrow \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} > 7$

Fig 1 : $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} > 7 \Rightarrow D < 2.10^6$ bit/s

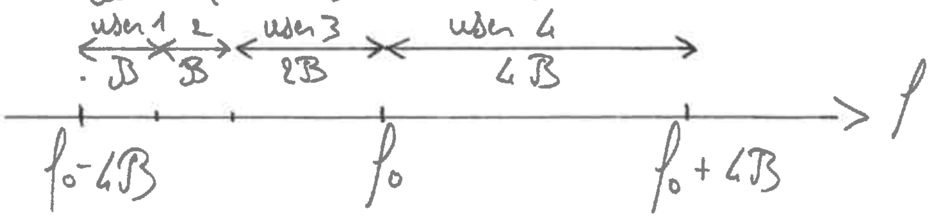
Pour annuler l'IES, il faut :

$\frac{1+\alpha}{T}$ (largeur DSP signal émis) $< B$, avec $T = \frac{1}{D}$

Donc $D < \frac{B}{1+\alpha} = \frac{\frac{5}{2}.10^6}{3/2} = \frac{5}{3}.10^6$ bit/s

Conclusion : $D_0 = 1,67.10^6$ bit/s

2) Une bande passante B permet un débit D_0, donc la bande de 8B peut être répartie ainsi entre les 4 utilisateurs :



3) a) Chaque utilisateur doit avoir un code de longueur inversement proportionnelle à son débit, de manière à étaler son spectre sur toute la bande 8B.

Donc des codes de longueurs respectives 8, 8, 4, 2 pour les débits D_0, D_0, $2D_0$ et $4D_0$

Les codes doivent être choisis tels que aucun n'est ascendant ou descendant d'un autre.

Par exemple : C31, C32, C22 et C12

~~b) Pour l'utilisateur de débit 2D,~~
~~$[1 \ 1 \ -1 \ 1]$ devient :~~
~~$[1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1]$~~

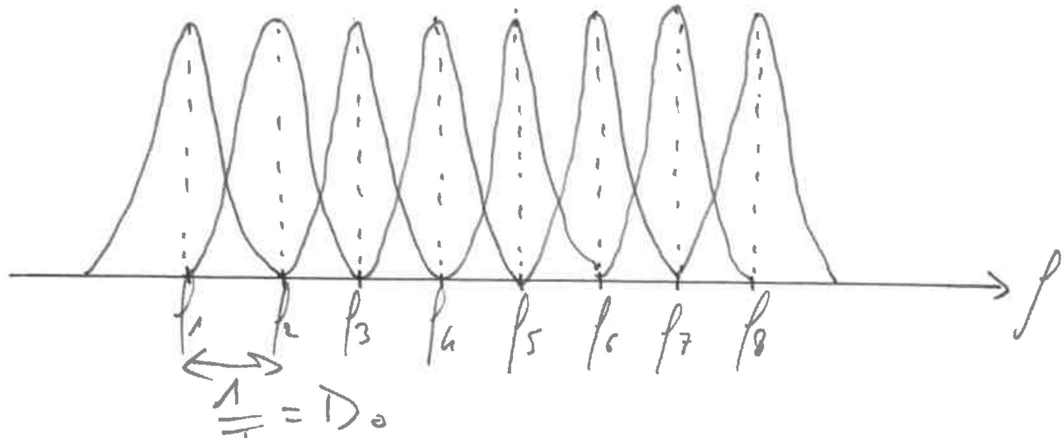
b) Les codes de Gold ne sont pas appropriés parce que :
- on a besoin de codes de longueurs différentes
- la longueur max d'un code ici est $N=8$

Or les codes de Gold ne sont quasi-orthogonaux que si $N \gg \sqrt{N}$

4) a) Sur la ième voie, il suffit de faire $\langle S | p_i \rangle$

En effet,
$$\langle S | p_i \rangle = \sum_{k=1}^{8} X_k \langle p_k | p_i \rangle \quad (\langle \cdot | \cdot \rangle \text{ est linéaire})$$
$$= X_i \quad \text{puisque } \langle p_k | p_i \rangle = \begin{cases} 1 & \text{si } k=i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

b)



La bande passante nécessaire est de $10 D_0$

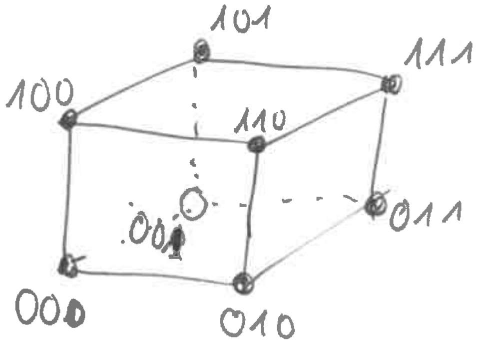
c) Or $D_0 = \frac{B}{1+\alpha}$, i.e. $8B = 8(1+\alpha) D_0 = 12 D_0$

On pourrait donc multiplier D_0 par $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

d) On a alors $D_0' = \frac{6}{5} \times \frac{5}{3} \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^6$

ce qui permet bien de respecter $P_e < 10^{-3}$

5)



6) $P(R_{111} \mid S_{111})$

$= P(z_a > 0, z_b > 0, z_c > 0 \mid S_{111})$

$= P(A + B_a > 0, A + B_b > 0, A + B_c > 0 \mid S_{111})$

$= P(B_a > -A)\, P(B_b > -A)\, P(B_c > -A)$

car B_a, B_b et B_c sont indépendants entre eux et du symbole émis

$= P(B_a > -A)^3$ car ils ont la même ddp

7) $P(\overline{R_{111}} \mid S_{111}) = 1 - P(R_{111} \mid S_{111})$

$= 1 - \left(1 - Q(A/\sigma)\right)^3$

$\simeq 1 - \left(1 - 3Q(A/\sigma)\right)$

car $Q(A/\sigma) \ll 1$

$\simeq 3Q(A/\sigma)$