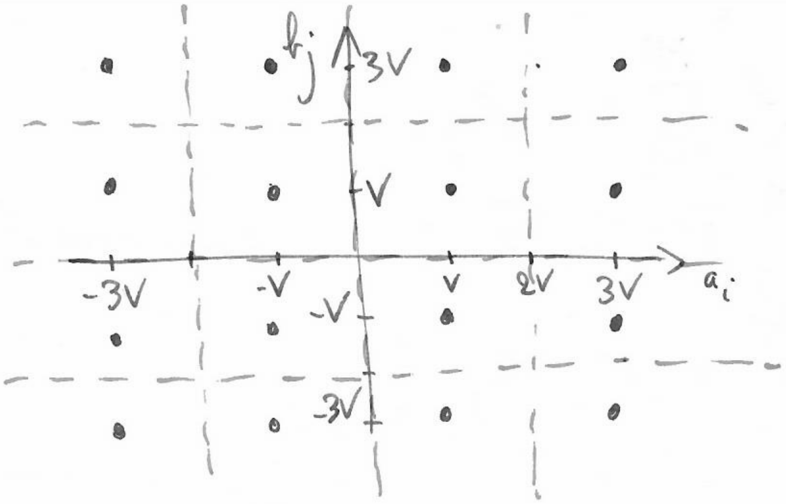
2.3 a)



b) $P(\overline{R_{ij}} | S_{ij}) = 1 - P(R_{ij} | S_{ij})$

$= 1 - P\left((z_c, z_s) \in \text{zone de décision de } S_{ij} \,|\, S_{ij}\right)$

$= 1 - P\left(a_i - V < z_c < a_i + V \text{ et } b_j - V < z_s < b_j + V \,|\, S_{ij}\right)$

Or $z | S_{ij} = (a_i + b_c, b_j + b_s)$

$= 1 - P\left(-V < b_c < V \text{ et } -V < b_s < V \,|\, S_{ij}\right)$

$= 1 - P(\rule{5cm}{0.4pt})$

car b_c et b_s indépendantes de S_{ij}

$= 1 - P(-V < b_c < V)\,P(-V < b_s < V)$

car b_c et b_s indépendantes

c) $P(\overline{R_{ij}} | S_{ij}) = 1 - \underbrace{\left(1 - 2Q\left(\frac{V}{\sigma}\right)\right)^2}_{\simeq 1 - 4Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) \text{ pour } Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) \ll 1}$

$\simeq 4Q\left(\frac{V}{\sigma}\right)$

d) Les points intérieurs ont 4 plus proches voisins et une zone de décision restreinte à un carré $2V \times 2V$.
Les points de la couronne (hors coins) ont 3 voisins et une zone de décision = demi-bande du plan.
Donc moins de risque de se tromper.
Encore moins de risque pour les coins, qui n'ont que 2 voisins et une zone de décision = quart de plan.

e) $$P_e = P\left(\bigcup_{i=1}^{M^2} (S_{ij}, \overline{R_{ij}}) \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{M^2} P(S_{ij}, \overline{R_{ij}}) \quad \text{(événements disjoints)}$$

$$= \sum_{i=1}^{M^2} \underbrace{P(\overline{R_{ij}} \mid S_{ij})}_{\begin{cases} = 4\,Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) & \text{pour les } (M-2)^2 \text{ symboles intérieurs} \\ = 3\,Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) & \text{pour les } 4(M-2) \text{ symboles de la couronne hors coins} \\ = 2\,Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) & \text{pour les 4 coins} \end{cases}} \underbrace{P(S_{ij})}_{= \frac{1}{M^2} \text{ car symboles équiprobables}}$$

Donc $$P_e = \frac{1}{M^2}\left(4(M-2)^2 Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) + 4(M-2)\times 3\, Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) + 4\times 2\, Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) \right)$$

$$= \frac{4(M-1)}{M} Q\left(\frac{V}{\sigma}\right)$$

Multiplexage

a) Bande occupée par un canal $= \frac{1+\alpha}{T} = \frac{BP}{8}$

avec $\frac{1}{T} = \frac{D}{2}$ (1/2 car on transmet sur 2 porteuses)

$\rightarrow D = \frac{BP}{4(1+\alpha)} = \frac{360.10^6}{6}$ bit/s $= 60$ Mbit/s

b) Il faut 8 codes de longueur 8, orthogonaux 2 à 2

Les codes OVSF sont les plus adaptés : ils sont parfaitement orthogonaux, alors que pour cette longueur, les codes de Gold sont trop faiblement orthogonaux

Le remplacement du FDMA par le CDMA ne change pas le débit, qui reste $D = 60$ Mbit/s

c) Pour extraire X_i, il suffit de faire $\langle R|p_i\rangle$:

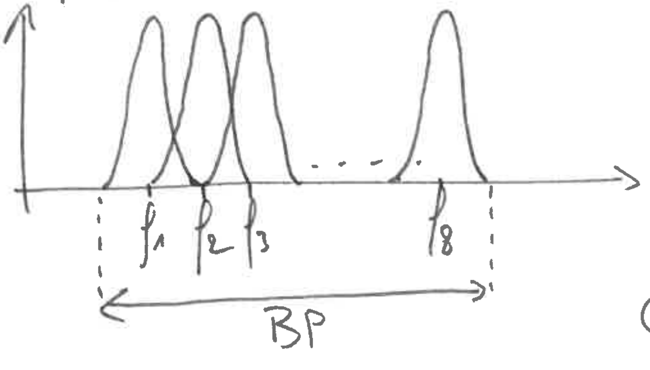
$$\langle R|p_i\rangle = \sum_{k=1}^{8} X_k \langle p_k|p_i\rangle + Y_k \langle q_k|p_i\rangle$$

$$= X_i$$

(tous les produits scalaires autres que $\langle p_i|p_i\rangle$ sont nuls)

De même, pour extraire Y_i, il suffit de faire $\langle R|q_i\rangle$

Répartition des DSP :



Sur l'intervalle BP, on a 9 intervalles de largeur $1/T'$,

Donc $BP = 9/T'$,

Comme $\frac{1}{T'} = \frac{D'}{2}$,

$D' = \frac{2BP}{9} = \frac{2 \times 360.10^6}{9}$ bit/s $= 80$ Mbit/s $> D$