

Université Paris Descartes / UFR de Mathématiques et Informatique
L3 MI
Systèmes de Communication

Examen de rattrapage (1h30) - 25 juin 2015

Documents, calculatrices et téléphones interdits

Il est attendu la plus grande rigueur dans la rédaction des réponses, qui devront être claires, courtes et précises à la fois. Les trois parties peuvent être abordées dans l'ordre qui vous conviendra, mais les réponses à chaque partie ne devront pas être dispersées dans la copie.

1 Questions de cours (10 points)

- a) Pour un code en bloc de matrice génératrice G , comment appelle-t-on la matrice H telle que $GH^T = 0$? A quoi sert cette matrice ?
- b) Quelles sont les deux étapes de la numérisation d'un son ? Laquelle peut être sans perte d'information et à quelle condition ?
- c) Chaque point de la figure ci-dessous représente le couple de valeurs échantillonnées dans le récepteur d'une modulation MAQ, après démodulation et filtrage adapté.
- A quoi est due la rotation de la constellation par rapport aux symboles émis ?
 - Que faut-il modifier dans le récepteur pour éviter cette rotation ?
 - Le fait de corriger la rotation est-il toujours suffisant ?

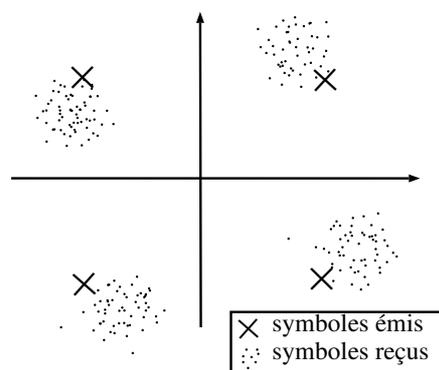


FIGURE 1 – Constellation des symboles d'une MAQ-4 en émission et en réception.

- d) Comment se traduit l'effet Doppler après démodulation d'une modulation d'amplitude ?

e) Qu'est-ce qu'un multiplexage temps-fréquence à sauts de fréquence ?

f) Dans un réseau UMTS, en liaison descendante, on utilise :

- des codes OVSF, parfaitement orthogonaux, comme codes de channelization, pour différencier les utilisateurs d'une même cellule ;
- des codes de Gold, imparfaitement orthogonaux, comme codes de scrambling, pour différencier les utilisateurs de cellules voisines.

Un utilisateur U_i reçoit un message binaire de sa station de base B . Le message binaire décodé est parasité par ceux de tous les utilisateurs U_j de cellules proches utilisant le même code de channelization. Lors de l'émission d'un symbole binaire $a_i = \pm 1$, le symbole reçu après démodulation, décodage selon le code de channelization et décodage selon le code de scrambling de U_i , est :

$$\tilde{a}_i = a_i + \sum_{j \neq i} a_j \frac{S^i \cdot S^j U_i B}{S^i \cdot S^i U_j B}$$

où $a_j = \pm 1$ et S^k représente la séquence de Gold attribuée à l'utilisateur U_k comme code de scrambling. $S^i \cdot S^j$ désigne le produit scalaire entre S^i et S^j . $U_k B$ désigne la distance entre l'utilisateur U_k et la borne B .

Expliquer précisément (en argumentant sur les valeurs de $S^i \cdot S^j / S^i \cdot S^i$ et $U_i B / U_j B$) pourquoi le terme d'interférence est négligeable.

g) Dans les systèmes de communications mobiles, le flux binaire issu du codage de source de la parole subit différents niveaux de codage de canal. Par exemple, le GSM ne code qu'une partie des bits (une à deux fois selon la classe), tandis que l'UMTS utilise 5 niveaux de codage. Expliquez ce choix de ne pas coder tous les bits et d'utiliser des niveaux de protection différents pour ceux qui sont codés. Expliquez à quoi sert l'entrelacement des bits qui suit le codage de canal.

2 Exercices

2.1 Interférence entre symboles, débit et probabilité d'erreur (4 points)

On considère une transmission M-aire en bande de base sur un canal bruité de bande passante $B = 300$ kHz. Le bruit de canal a une densité spectrale de puissance constante $N_0/2$. La puissance d'émission étant fixée, le rapport $(E_b/N_0)_{dB}$ (énergie par élément binaire sur N_0) est fonction du débit binaire D comme indiqué sur la figure 2. On utilise des impulsions en cosinus surélevé avec un facteur de retombée $\alpha = 0.2$. La densité spectrale de puissance du signal émis est représentée sur la figure 4. On souhaite transmettre avec le débit maximal, sans interférences entre symboles et avec une probabilité d'erreur **binaire** $Pe < 10^{-3}$.

a) Pour tenir compte de la limitation de la bande passante du canal et ainsi éviter l'interférence entre symboles, quelle la rapidité de modulation R maximale ? (On rappelle que la rapidité de modulation est le nombre de symboles par seconde) En déduire le débit maximal pour $M = 2, 4$ et 8 .

b) La deuxième contrainte du canal limitant le débit est le bruit : la figure 3 indique la probabilité d'erreur **par symbole** en fonction du rapport signal à bruit E_b/N_0 . Pour $M = 2, 4$ et 8 , quelle est la valeur minimale de $(E_b/N_0)_{dB}$ et quel est le débit maximal ?

c) Conclure : en tenant compte des deux contraintes - limitation de la bande passante et bruit du canal - quelle valeur de M permet le débit maximal ?

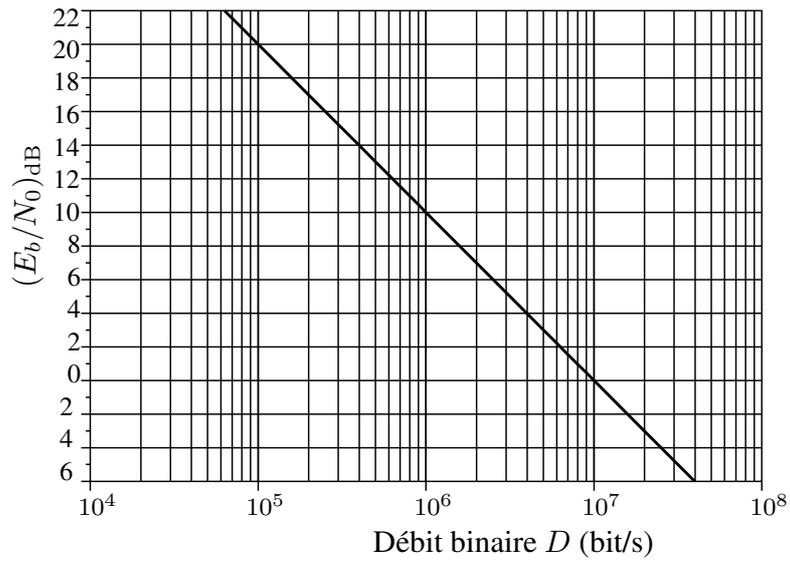


FIGURE 2 – Rapport $(E_b/N_0)_{dB}$ en fonction du débit D .

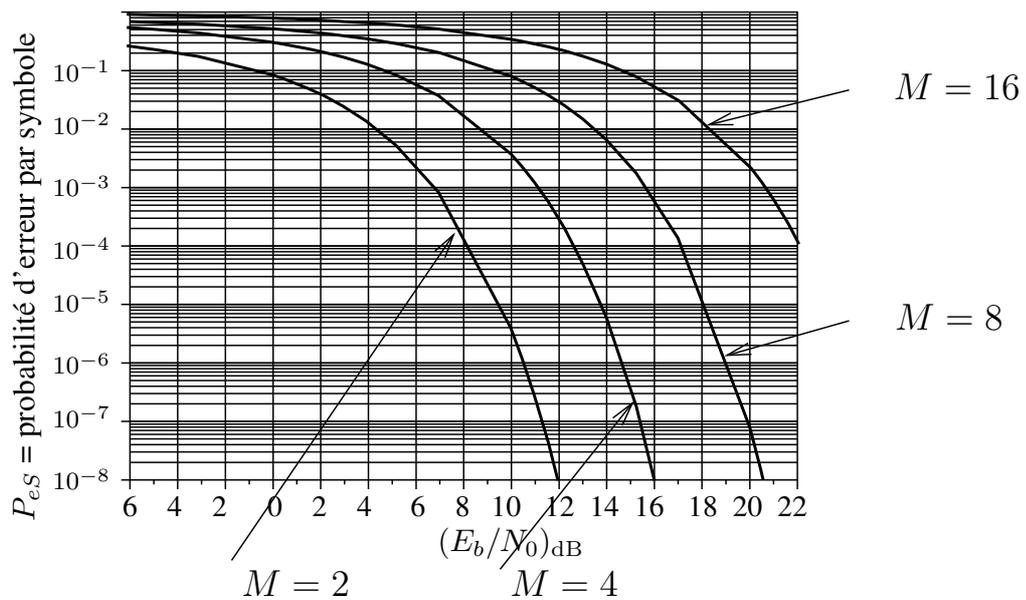


FIGURE 3 – Probabilité d'erreur **par symbole** pour un code NRZ à symboles M -aires.

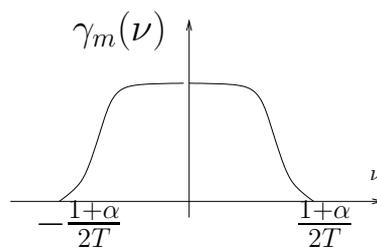


FIGURE 4 – Densité spectrale de puissance d'un signal de communication NRZ M -aire à impulsions en cosinus surélevé de facteur de retombée α .

2.2 MAQ-16 (6 points)

Les constellations de deux modulations de type MAQ-16 sont représentées sur la figure 5, à rendre avec votre copie. On les note respectivement C_1 et C_2 . La seconde est celle utilisée dans la Recommandation V.29 de l'Union Internationale des Télécommunications (UIT) pour les modems à 9600 bit/s.

Lors de l'émission d'un symbole de coordonnées (x, y) , on reçoit, après démodulation, filtrage adapté et échantillonnage, un point (z_c, z_s) tel que :

$$\begin{aligned} z_c &= x + b_c \\ z_s &= y + b_s \end{aligned}$$

où b_c et b_s sont des variables aléatoires indépendantes, gaussiennes, centrées, de variance σ^2 .

a) Sur la constellation C_1 , dessiner les zones de décisions associées aux différents symboles.

On émet le symbole $S_{ij} = (\lambda, 3\lambda)$. Montrer que la probabilité de ne pas reconnaître ce symbole peut s'exprimer :

$$P(\overline{R}_{ij}|S_{ij}) = 1 - P(-\lambda < b_c < \lambda)P(b_s > -\lambda)$$

Vous prendrez soin de justifier chaque étape de votre calcul.

b) On peut montrer que pour ce symbole, $P(\overline{R}_{ij}|S_{ij}) = 3Q(\lambda/\sigma)$, avec :

$$Q : x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-z^2/2} dz$$

Pour les 4 symboles centraux de la constellation, $P(\overline{R}_{ij}|S_{ij}) = 4Q(\lambda/\sigma)$. Pour les 4 symboles des coins de la constellation, $P(\overline{R}_{ij}|S_{ij}) = 2Q(\lambda/\sigma)$. Pour les 8 autres, $P(\overline{R}_{ij}|S_{ij}) = 3Q(\lambda/\sigma)$. En déduire la probabilité d'erreur par symbole P_{eS} , les symboles étant supposés équiprobables (n'oubliez pas de justifier les étapes de votre calcul).

c) De manière générale, la probabilité d'erreur par symbole d'une modulation s'exprime :

$$P_{eS} = K \cdot Q\left(\frac{d_{min}}{2\sigma}\right)$$

où d_{min} désigne la distance minimale entre deux symboles et K désigne le nombre moyen de plus proches voisins d'un point de la constellation, c'est-à-dire le nombre moyen de voisins situés à la distance d_{min} de ce symbole.

Exprimer la probabilité d'erreur par symbole pour chacune des deux modulation et vérifier votre résultat de la question b).

d) Les deux modulations ont des puissances respectives $P_1 = 5\lambda^2$ et $P_2 = 27/4$. Pour un débit et une puissance d'émission donnés, la constellation la plus intéressante est celle qui offre la plus faible probabilité d'erreur. Que peut-on conclure ici ?

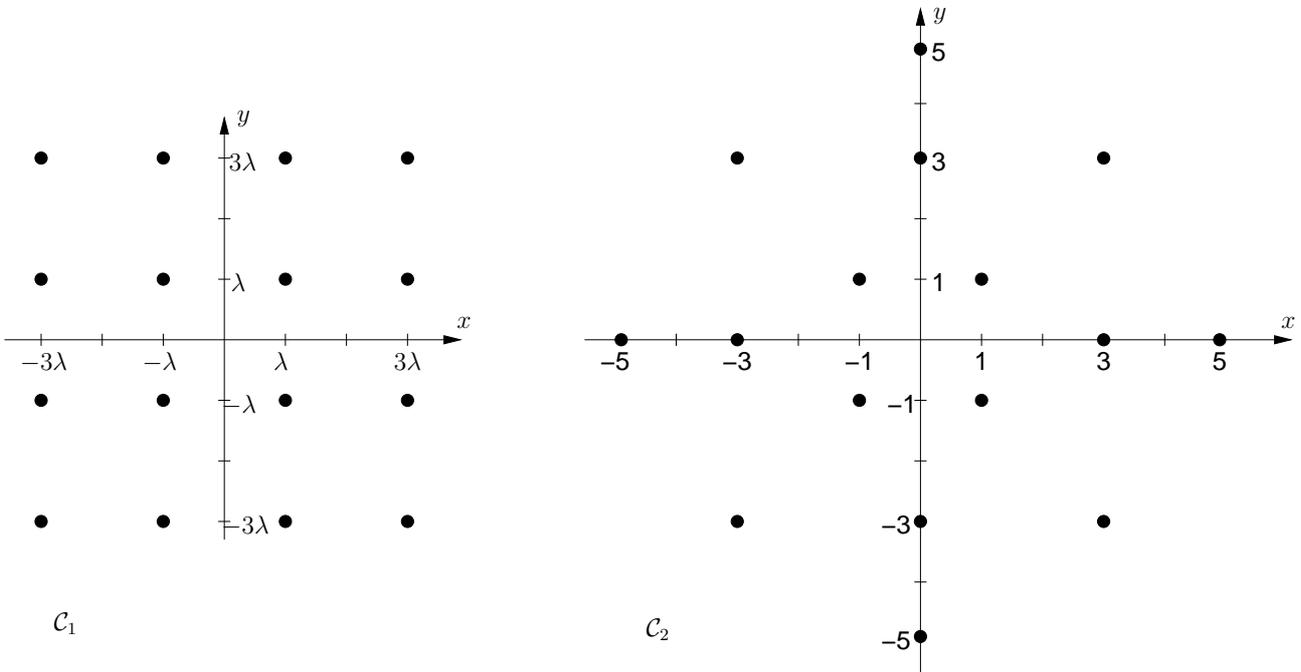


FIGURE 5 – Constellations MAQ-16.