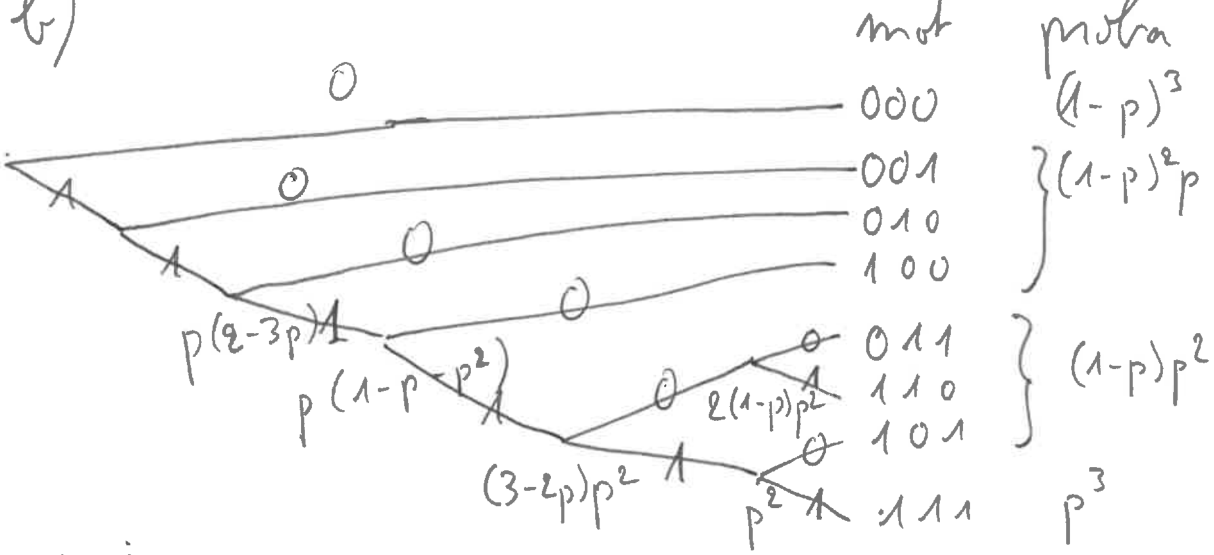
Codage de source

a) Source sans mémoire → $H(X^3) = 3H(X) \simeq -3p\log_2 p$

Nombre de bit / e.b. $= \frac{H(X^3)}{3} = -p\log_2 p$

b)



c) Longueur moyenne

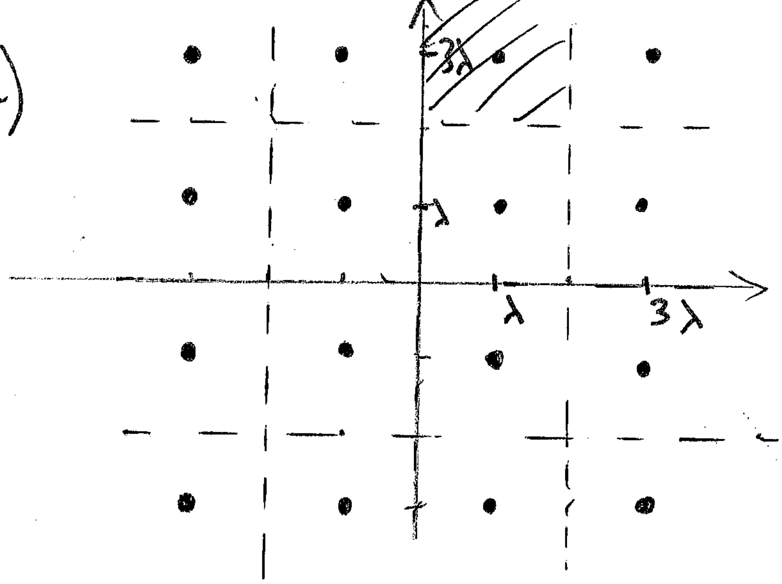
$$L = (1-p)^3 + (2+3+4)(1-p)^2 p + 3\times 6\times(1-p)p^2 + 6\times p^3$$

$$\simeq 1 - 3p + 9p = 1 + 6p$$

d) $$\eta = \frac{H(X^3)}{L} = \frac{-3p\log_2 p}{1+6p}$$

On a presque triplé l'efficacité

2.2 a)



$$P(\overline{R_{ij}} \mid S_{ij}) = 1 - P(R_{ij} \mid S_{ij})$$

$$= 1 - P\left((g_c, g_s) \in \text{zone hachurée} \mid S_{ij}\right)$$

$$= 1 - P\left(0 < g_c < 2\lambda \text{ et } g_s > 2\lambda \mid (\lambda ; 3\lambda)\right)$$

avec $g_c \mid x = x + b_c$ et $g_s \mid y = y + b_s$

$$= 1 - P\left(-\lambda < b_c < \lambda \text{ et } b_s > \lambda \mid (\lambda, 3\lambda)\right)$$

$$= 1 - P(-\lambda < b_c < \lambda)\, P(b_s > \lambda)$$

car b_c et b_s sont independants de S_{ij} et independants entre eux

$$P_{e_s} = P\left(\bigcup_{i=1}^{16} \{(\overline{R_{ij}}, S_{ij})\}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{16} P(\overline{R_{ij}}, S_{ij}) \quad \text{(évènements disjoints)}$$

$$= \sum_{i=1}^{16} P(\overline{R_{ij}} \mid S_{ij})\, P(S_{ij})$$

$$= \frac{1}{16}(4 \times 4 + 4 \times 2 + 8 \times 3)\, Q(\lambda/\sigma)$$

$$= 3\, Q\left(\frac{\lambda}{\sigma}\right)$$

c) Pour C_1,

- les 4 symboles intérieurs ont 4 + proches voisins
- les 4 coins en ont 2
- les 8 autres en ont 3

Donc en moyenne, $K = 3$

Pour C_2,

- les 4 symboles centraux ont 2 plus proches voisins
- les 8 symboles sur les axes en ont 1
- Les 4 autres en ont 0

Donc $K = 1$

Pour C_1, $d_{min} = 2\lambda$. Pour C_2, $d_{min} = 2$

Donc $\underbrace{P_{eS_1} = 3\,Q\left(\frac{\lambda}{\sigma}\right)}_{\text{on retrouve bien le résultat de la question b}}$ et $P_{eS_2} = Q\left(\frac{1}{\sigma}\right)$

d) Pour comparer les deux modulations, on se place à puissance égale : $P_1 = P_2$, soit $5\lambda^2 = \frac{27}{4}$, donc $\lambda = \sqrt{\frac{27}{20}}$

Comme Q est décroissante et $\lambda > 1$, $Q\left(\frac{\lambda}{\sigma}\right) < Q\left(\frac{1}{\sigma}\right)$

Mais $3 > 1$

Il est donc difficile de conclure

Les courbes d'erreurs en fonction de $1/\sigma$ seront ainsi :