

Correction de l'examen du 17 mai 2010

2.1) Comparaison MAQ-16 / MDP-16

a)

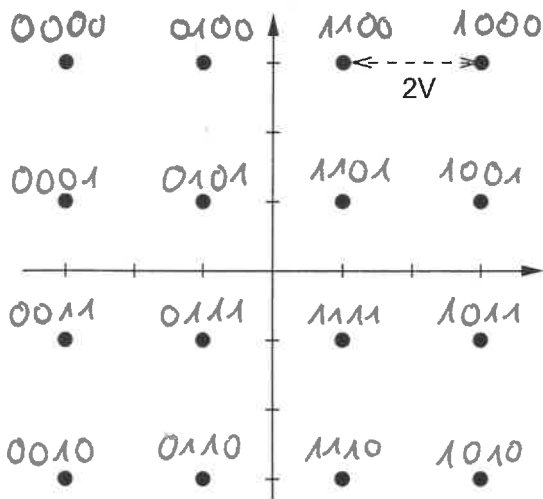


FIG. 7 - MAQ-16.

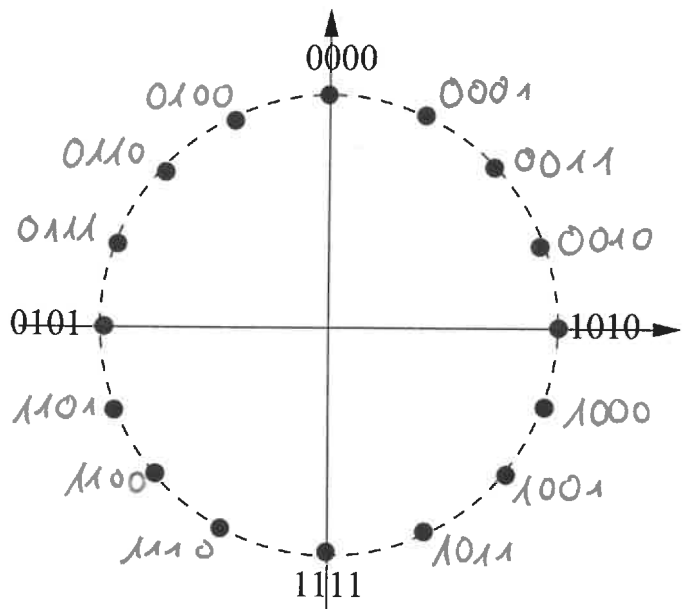


FIG. 8 - MDP-16.

$$\begin{aligned}
 b) \quad P(\bar{R}_0 | S_0) &= 1 - P(R_0 | S_0) \\
 &= 1 - P(\pi \in \text{zone de } S_0 | S_0) \\
 &= 1 - P\left(-A \sin \frac{\pi}{16} < g_s < A \sin \frac{\pi}{16} | S_0\right) \\
 &= 1 - P\left(-A \sin \frac{\pi}{6} < b_s < A \sin \frac{\pi}{6}\right) \\
 &\quad \text{car } b_s \text{ indépendant de } S_p
 \end{aligned}$$

↳

$$P(\bar{R}_0 | S_0) = 1 - \underbrace{\int_{-A \sin \frac{\pi}{16}}^{A \sin \frac{\pi}{16}} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{b_s^2}{2\sigma^2}\right) db_s}_{= 1 - 2 \int_{A \sin \frac{\pi}{16}}^{+\infty} \dots}$$

$$P(\bar{R}_0 | S_0) = 2 \int_{A \sin \frac{\pi}{16}}^{+\infty} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{b_s^2}{2\sigma^2}\right) db_s$$

changement de variable : $b = \frac{b_s}{\sigma}$

$$= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{A}{\sigma} \sin \frac{\pi}{16}}^{+\infty} \exp\left(-\frac{b^2}{2}\right) db$$

$$= 2Q\left(\frac{A}{\sigma} \sin \frac{\pi}{16}\right)$$

$$P_{es} = \sum_{k=0}^{15} P(S_k, \bar{R}_k) = \sum_{k=0}^{15} P(\bar{R}_k | S_k) P(S_k) = P(\bar{R}_0 | S_0)$$

$P_{el} = \frac{P_{es}}{4}$ dans le cas d'un codage de Gray

$$P_{el} = \frac{1}{2} Q\left(\frac{A}{\sigma} \sin \frac{\pi}{16}\right)$$

c) Pour la PAAQ-16,

$$P_{e,b} = \frac{3}{4} Q\left(\frac{V}{\sigma}\right) \text{ avec } \sigma^2 = N_0 / T$$

$$\frac{V}{\sigma} = \frac{V\sqrt{T}}{\sqrt{N_0}} = \sqrt{\frac{2E_s}{5N_0}}.$$

Pour la PDP-16,

$$P_{e,b} = \frac{1}{2} Q\left(\frac{A}{\sigma} \sin \frac{\pi}{16}\right)$$

$$\text{avec } \frac{A}{\sigma} = \frac{A\sqrt{T}}{\sqrt{N_0}} = \sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}$$

Multiplier l'opérande de la fonction Q par 1,6 augmente le résultat d'un facteur > 100 . Par conséquent, même si on a un facteur 3 devant Q pour la PAAQ-16 contre $\frac{1}{2}$ pour la PDP-16, la probabilité d'erreur est nettement plus faible pour la PAAQ-16.

Codage de canal en bloc

a)

Mots de code	P_H	$d_H(n, c)$ (question d)
000 000	0	5
001 111	4	3
010 101	3	4
011 010	3	2
100 110	3	4
101 001	3	2
110 011	4	1
111 100	4	3

$$d_H \min = P_H \min = 3$$

$$\rightarrow \text{pouvoir de détection} = d_{\min} - 1 = 2$$

$$\rightarrow \text{pouvoir de correction} = \left\lfloor \frac{d_{\min} - 1}{2} \right\rfloor = 1$$

b) $G = [I_3, P]$ avec $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$\rightarrow H = \begin{bmatrix} \boxed{1 & 1 & 1} & \boxed{1 & 0 & 0} \\ \boxed{1 & 0 & 1} & \boxed{0 & 1 & 0} \\ \boxed{0 & 1 & 1} & \boxed{0 & 0 & 1} \end{bmatrix}$$

$P^T \quad I_3$

c) $S = n H^T = [010 \ 111] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \ 1 \ 0]$

$$S \neq [0 \ 0 \ 0]$$

donc il y a une erreur

d) Voir tableau. On décode 110 011
 Décodage fiable car la distance correspond au pouvoir de correction.