

L3 MIA / Communications Numériques  
TD 7 : Codage de canal

## 1 Codes en blocs linéaires

1) Soit un code en bloc linéaire  $\mathcal{C}(n, k)$ , qui à tout mot binaire  $m = [m_1, \dots, m_k]$  associe un mot de code  $c = [c_1, \dots, c_n]$ . Le canal introduit une erreur sur un seul bit de  $c$ , à la position  $i$ . On note cette erreur  $e = [0 \dots 010 \dots 0]$ , le 1 étant placé en  $i^{\text{ème}}$  position. En notant  $H$  la matrice de contrôle du code, montrer que le syndrome  $s$  est égal à la  $i^{\text{ème}}$  ligne de  $H^T$ .

2) Le codage est défini par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}c_1 &= m_1 \\c_2 &= m_2 \\c_3 &= m_3 \\c_4 &= m_1 + m_3 \\c_5 &= m_1 + m_2 + m_3 \\c_6 &= m_1 + m_2\end{aligned}\tag{1}$$

Quelle est la matrice génératrice  $G$ ? On montre que si  $G = [I_k, P]$ , alors la matrice de contrôle s'écrit  $H = [P^T, I_{n-k}]$ . Exprimer  $H$  dans notre cas.

3) On reçoit le mot  $r = 010111$ . Calculer le syndrome  $s$ . Sous l'hypothèse qu'un seul bit du mot de code  $c$  émis a été altéré par la transmission, en déduire ce mot.

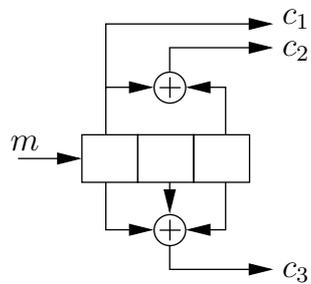
4) On définit le poids de Hamming  $P_H$  d'un mot binaire comme le nombre d'éléments binaires valant 1. Montrer que pour un code en bloc linéaire de distance de Hamming minimale  $d_{min}$  entre deux mots de code différents,  $d_{min} = P_H^{min}$  le plus petit poids de Hamming non nul. On pourra exploiter le fait que  $\forall a, b, c$  mots de code,  $d(a, b) = d(a + c, b + c)$ .

5) Construire les mots du code de matrice génératrice  $G$ . Quel est la distance minimale de ce code? En déduire les pouvoirs de détection et de correction du code.

6) On reçoit le mot 010111. Retrouver le résultat de la question 3 en décodant selon la distance minimale (*i.e.* en recherchant le mot de code le plus proche du mot reçu).

## 2 Codes convolutifs

Soit un codeur convolutif de rendement 1/3 et de longueur de contrainte 3 représenté ci-dessous.



- 1) Représenter le diagramme d'état de ce codeur.
- 2) Le registre du codeur est initialisé par des zéros. Quel est le mot de code associé à la séquence d'entrée 01011 ?
- 3) La séquence en sortie du récepteur est 111 001 100 011 011. Déterminer la séquence émise la plus vraisemblable.