Correction examen du 29 avril 2015

2.1 IES, débit et probabilité d'erreur

a) Transmission sans IES si $\frac{1+\alpha}{2T} < B$

i.e : $R = \frac{1}{T} < \frac{2B}{1+\alpha} = \frac{2 \times 300\,k}{1,2} = 500$ kBaud

$\rightarrow D_2 < 500$ kbit/s $= 0,5$ Mbit/s

$D_4 = 2R < 1$ Mbit/s

$D_8 = 3R < 1,5$ Mbit/s

b) On veut $P_e < 10^{-3}$. Soit P_{es} la proba d'erreur par symbole

Pour $M=2$, $P_{es} = P_e < 10^{-3}$ est atteinte pour $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} > 7\,dB$,

soit $D_2 < 2.10^6$ bit/s

Pour $M=4$, $P_{es} = 2P_e < 2.10^{-3}$ est atteinte pour $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} > 10,5\,dB$,

soit $D_4 < 0,9.10^6$ bit/s

Pour $M=8$, $P_{es} = 3P_e < 3.10^{-3}$ ——— $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} > 15\,dB$,

soit $D_8 < 0,3.10^6$ bit/s

c) En tenant compte des 2 contraintes,

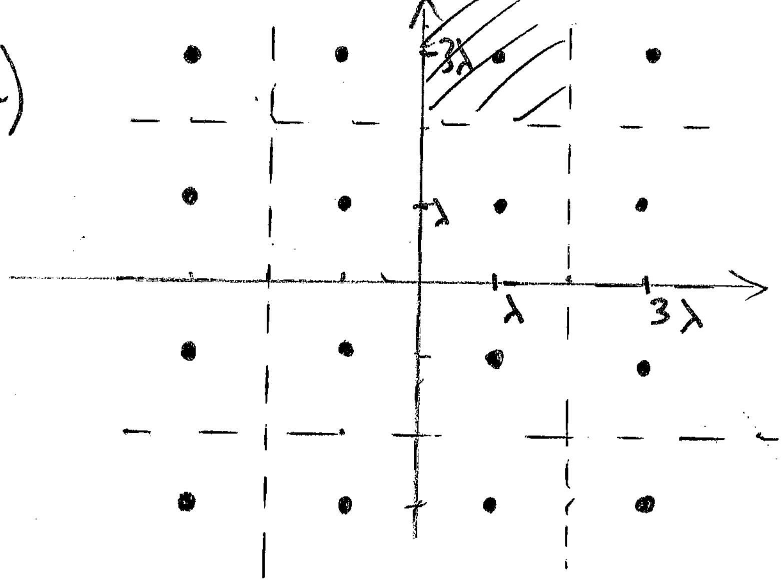
$D_2 < 0,5$ Mbit/s

$D_4 < 0,9$ Mbit/s

$D_8 < 0,3$ Mbit/s

C'est donc $M=4$ qui permet le débit maximal

2.2 a)



$$P(\overline{R_{ij}} \mid S_{ij}) = 1 - P(R_{ij} \mid S_{ij})$$

$= 1 - P\left((z_c, z_s) \in \text{zone hachurée} \mid S_{ij} \right)$

$= 1 - P\left(0 < z_c < 2\lambda \text{ et } z_s > 2\lambda \mid (\lambda; 3\lambda) \right)$

avec $z_c \mid x = x + b_c$ et $z_s \mid y = y + b_s$

$= 1 - P\left(-\lambda < b_c < \lambda \text{ et } b_s > \lambda \mid (\lambda, 3\lambda) \right)$

$= 1 - P(-\lambda < b_c < \lambda)\, P(b_s > \lambda)$

car b_c et b_s sont indépendants de S_{ij} et indépendants entre eux

$$P_{e_S} = P\left(\bigcup_{i=1}^{16} \{ (\overline{R_{ij}}, S_{ij}) \} \right)$$

$= \sum_{i=1}^{16} P(\overline{R_{ij}}, S_{ij})$ (événements disjoints)

$= \sum_{i=1}^{16} P(\overline{R_{ij}} \mid S_{ij})\, P(S_{ij})$

$= \frac{1}{16} (4 \times 4 + 4 \times 2 + 8 \times 3)\, Q(\lambda / \sigma)$

$= 3\, Q\left(\frac{\lambda}{\sigma} \right)$

c) Pour C_1,

- les 4 symboles intérieurs ont 4 + proches voisins
- les 4 coins en ont 2
- les 8 autres en ont 3

Donc en moyenne, $K = 3$

Pour C_2,

- les 4 symboles centraux ont 2 plus proches voisins
- les 8 symboles sur les axes en ont 1
- Les 4 autres en ont 0

Donc $K = 1$

Pour C_1, $d_{min} = 2\lambda$. Pour C_2, $d_{min} = 2$

Donc $\underbrace{P_{e_{S_1}} = 3\,Q\left(\frac{\lambda}{\sigma}\right)}_{\text{on retrouve bien le résultat de la question b}}$ et $P_{e_{S_2}} = Q\left(\frac{1}{\sigma}\right)$

d) Pour comparer les deux modulations, on se place à puissance égale : $P_1 = P_2$, soit $5\lambda^2 = \frac{27}{4}$, donc $\lambda = \sqrt{\frac{27}{20}}$

Comme Q est décroissante et $\lambda > 1$, $Q\left(\frac{\lambda}{\sigma}\right) < Q\left(\frac{1}{\sigma}\right)$

Mais $3 > 1$

Il est donc difficile de conclure

Les courbes d'erreurs en fonction de $1/\sigma$ seront ainsi :