# M1 informatique : Traitement du signal et des images

Epreuve de contrôle continu - Durée : 1h30

7 novembre 2014

*Documents, calculatrices et téléphones interdits.*

*Les sous-parties peuvent être traités dans l'ordre qui vous conviendra, mais ne dispersez pas les réponses d'une même sous-partie dans la copie.*

## 1 Questions de cours signaux 1D (7 points)

*NB : Ces questions appellent des réponses assez courtes, mais clairement justifiées.*

**a)** Sur la figure 1 sont représentés deux signaux temporels, 1 et 2, et deux spectres d'amplitude, A et B. Indiquer quel spectre peut correspondre à quel signal, en justifiant votre réponse. Pour la figure B, justifiez précisément l'allure du spectre.

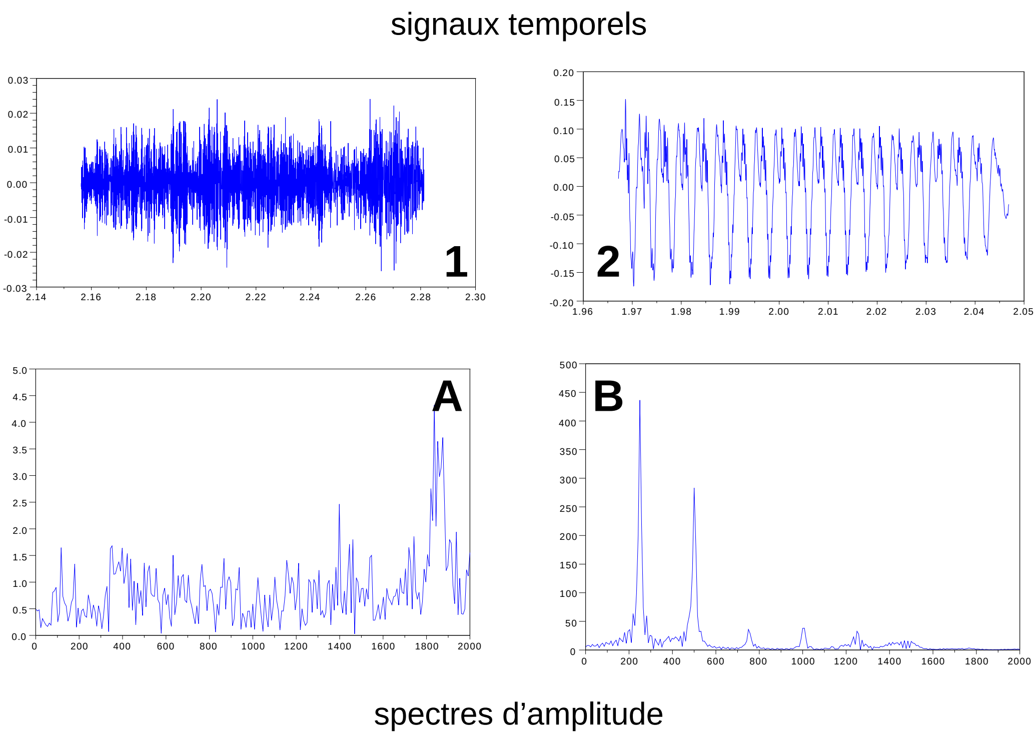


FIGURE 1 – Appariement signal / spectre.

**b)** Pourquoi un signal bref (un claquement, par exemple) ne peut-il avoir un spectre étroit ? Quelle est la largeur minimale de son spectre ?

**c)** Quelles sont les deux étapes de la numérisation d'un signal ?

**d)** Pourquoi le spectre d'amplitude représenté sur la figure 2 (nul en dehors de l'intervalle $[0; \nu_0]$) ne peut-il être celui d'un signal réel échantillonné ? (deux raisons à donner)

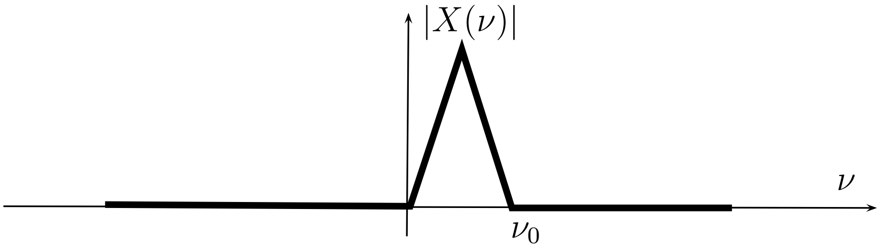


FIGURE 2 – Un étrange spectre d'amplitude.

**e)** Soit un signal analogique $x$ de spectre à support borné par $\pm 8$ kHz. Ce signal est échantillonné à 32 kHz. Soit $x_e$ le signal échantillonné. En ne conservant qu'un échantillon sur deux de $x_e$, perd-on de l'information ? (justifier)

**f)** On peut reconstruire parfaitement un signal $x(t)$ à partir de sa version échantillonnée $x[n]$ selon la formule :

$$s(t) = T_e \sum_{n \in \mathbb{Z}} s[n] \mathrm{sinc}(\pi \nu_e t - \pi n)$$

Pourquoi cette formule est-elle difficilement utilisable en pratique ?

### 1.1 Questions de cours Image (3,5 points)

*NB : Ces questions appellent des réponses assez courtes, mais clairement rédigées et justifiées si nécessaire.*

**a)** Quels sont les deux processus sur lesquels repose l'acquisition d'image ?

**b)** Montrez le lien entre ces deux processus et les notions de résolution spatiale et tonale de l'image.

## 2 Exercices

*Rappel : Toutes les réponses doivent être clairement rédigées et justifiées.*

### 2.1 Exercice Image (3,5 points)

**a)** Après avoir rappelé la définition d'histogramme et d'histogramme cumulé normalisé, retrouver pour chaque image de la figure 3 la correspondance entre image, histogramme, et histogramme cumulé normalisé.

**b)** Si l'on suppose que l'image originale est l'image A, à votre avis quel traitement a été utilisé pour obtenir l'image C ?

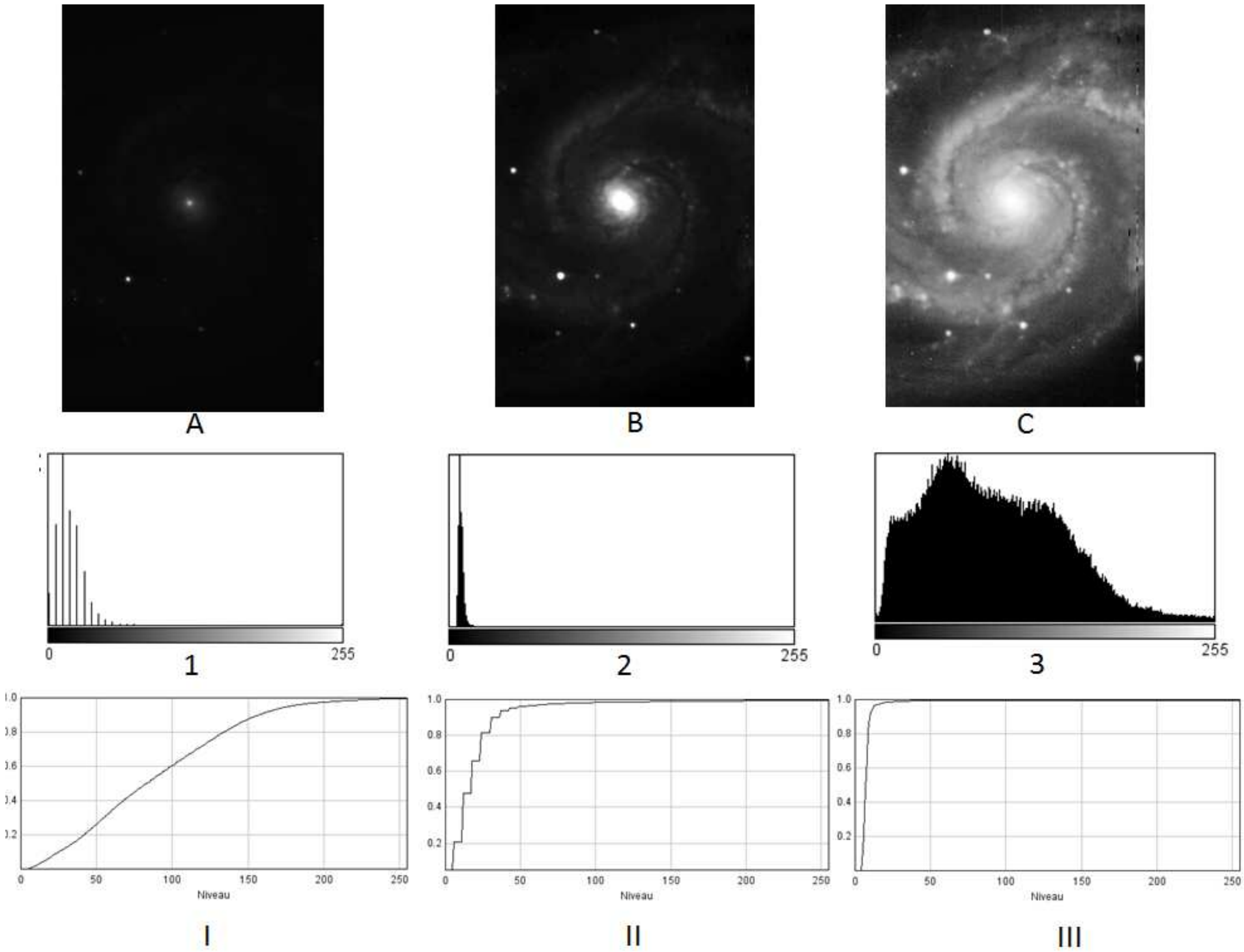


FIGURE 3 – Quizz : Images, Histogrammes et Histogrammes cumulés normalisés.

## 2.2 Transmission par modulation de porteuse (3 points)

On transmet un signal $m(t)$, dont le spectre d'amplitude est représenté sur la figure 4, par modulation d'une porteuse $p(t) = \cos(2\pi\nu_0 t)$ de fréquence $\nu_0$ nettement supérieure à la fréquence maximale $\nu_{max}$. Le signal transmis est : $s(t) = m(t)p(t)$.

**a)** Dessinez le spectre d'amplitude de $s$.

**b)** Que faut-il faire en réception du signal $s(t)$ pour récupérer le signal d'information $m(t)$ ? Vous expliquerez précisément les étapes, avec des dessins.

## 2.3 Echantillonnage (3 points)

Soit un signal $x(t)$ constitué de deux sinusoïdes de fréquences respectives $\nu_1 = 100$ Hz et $\nu_2 = 600$ Hz :

$$x(t) = \cos(2\pi\nu_1 t) + \cos(2\pi\nu_2 t)$$

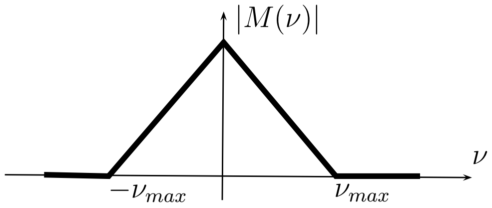


FIGURE 4 – Spectre d'amplitude du modulant.

**a)** Dessinez le spectre d'amplitude de $x$ (sans vous préoccuper des valeurs exactes en ordonnée).

**b)** On échantillonne $x$ à la fréquence d'échantillonnage $\nu_e = 1$ kHz. Dessinez le spectre du signal échantillonné, entre -1,5 kHz et +1,5 kHz.

**c)** Si l'on reconstruit un signal analogique à partir de ce signal échantillonné, qu'obtient-on ?

# 3 Formulaire

Transformée de Fourier :

$$\begin{aligned}
\mathrm{TF}[x(t)] = X(\nu) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\nu t}\mathrm{d}t \\
\mathrm{TF}^{-1}[X(\nu)] = x(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\nu t}\mathrm{d}\nu \\
\mathrm{TF}[s(t-a)] &= \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\nu a}S(\nu) \\
\mathrm{TF}[s(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\nu_0 t}] &= S(\nu-\nu_0) \\
\mathrm{TF}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\nu_0 t}] &= \delta(\nu-\nu_0)
\end{aligned}$$

Durée utile $T$ d'un signal réel $s(t)$ :

$$\left(\frac{T}{2}\right)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 s(t)^2 \mathrm{d}t$$

Largeur utile $B$ du spectre du signal :

$$\left(\frac{B}{2}\right)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \nu^2 |S(\nu)|^2 \mathrm{d}\nu$$

Relation d'incertitude :

$$T.B \geq \frac{1}{\pi}$$

Transformée de Fourier à temps discret :

$$S_e(\nu) = \mathrm{TFTD}(s[n]) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} s[n]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n T_e \nu}$$

Formule de Poisson :

$$S_e(\nu) = \nu_e \sum_{k\in\mathbb{Z}} S(\nu - k\nu_e)$$