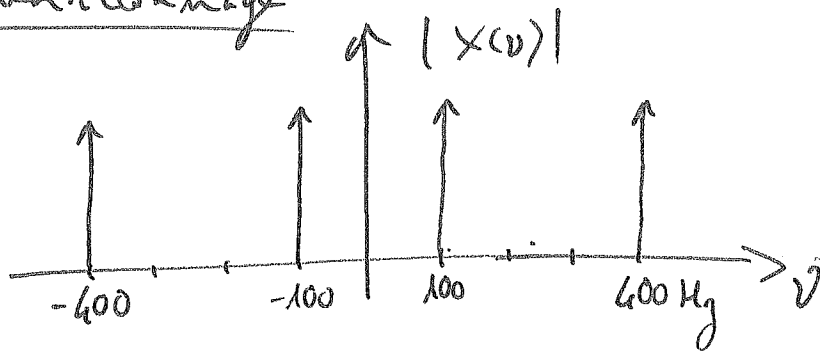
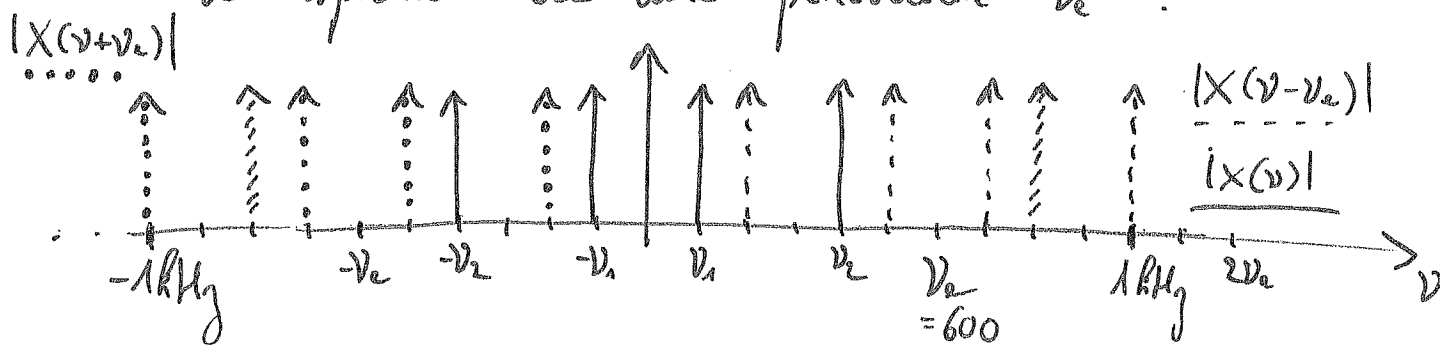


2.3) Echantillonnage

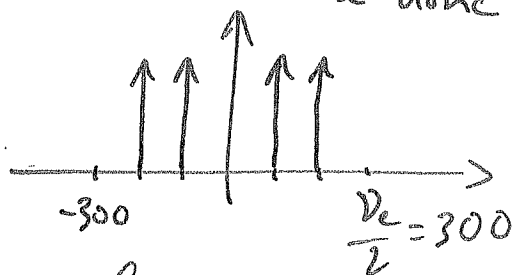
a)



b) L'échantillonnage se traduit par une réplique du spectre avec une périodicité v_e :



c) La reconstruction se traduit par un filtrage passe-bas de fréquence de coupure $\frac{v_e}{2}$.
Le signal reconstruit a donc pour spectre d'amplitude :



C'est donc la somme de 2 sinusoides de fréquences 100 et 200 Hz (i.e. v_1 et $2v_1$) :

$$\tilde{x}(t) = \cos(2\pi v_1 t) + \cos(4\pi v_1 t)$$

On ne retrouve pas $x(t)$ car la condition du théorème de Shannon n'a pas été respectée :

$v_e < 2v_{max}$, ce qui produit un repliement de spectre

2.4

a) La FFT permet de réduire la complexité du calcul de la TFD : pour $NFFT$ échantillons, $O(NFFT \log_2 NFFT)$ multiplications-accumulations (MAC) au lieu de $NFFT^2$ via la formule de la TFD. $NFFT$ doit être une puissance de 2.

Sur la fig. 4, on voit seulement 2 lobes (*) alors qu'on s'attendait à 4, car la résolution en fréquence de l'analyse est insuffisante (ou trop faible) : les lobes des fréquences proches sont confondus.

La résolution fréquentielle sera suffisante pour :
largeur d'un lobe $\leq f_2 - f_1$

i.e. : $\frac{2}{N} \leq \frac{0,08}{2}$, soit $N \geq 100$

(*) Du fait du fenêtrage du signal, chaque raie fréquentielle s'est transformée en $|sinc|$, dont le lobe principal est d'autant plus large que N est faible.

b) Comme le fenêtrage est rectangulaire, les lobes secondaires associés à chaque lobe principal correspondant à une raie fréquentielle sont à 13 dB sous le lobe principal. Comme la 3e sinusoïde est à 40 dB sous les autres, le lobe principal en f_3 est masqué par les lobes secondaires des $|sinc|$ centrés en f_1 et f_2 .

Il faut donc un fenêtrage compatible avec cette résolution souhaitée en amplitude, par exemple une fenêtre de Hamming (41 dB entre le lobe principal et les lobes secondaires). Cependant, on va perdre la résolution fréquentielle : comme le lobe principal est 2 fois plus large que pour un fenêtrage rectangulaire, il faut 2 fois plus de points, soit $N = 200$.

c) On applique la TZ à l'équation :

$$TZ[y(n)] = TZ(x(n) + r\sqrt{2} TZ(y(n-1)) - r^2 TZ(y(n-2)))$$

(linéarité de la TZ)

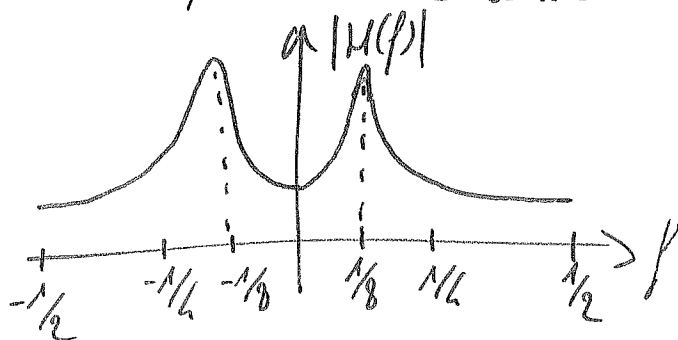
En appliquant le théorème du retard :

$$Y(z) = X(z) + r\sqrt{2} z^{-1} Y(z) - r^2 z^{-2} Y(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - r\sqrt{2} z^{-1} + r^2 z^{-2}}$$

Le diagramme pôles-zéros n'a pas de zéros car le numérateur de $H(z)$ vaut 1.

Le filtre est stable puisque ses pôles sont à l'intérieur, strictement, du cercle unité.



A cause du pôle en $\pm \frac{\pi}{3}$, la réponse fréquentielle est maximale pour $f = \frac{1}{3} = f_3$. C'est pourquoi la 3^e sinusoïde est amplifiée par rapport aux deux premières.

d) $e(n)$ est l'impulsion unité, donc $s(n)$ est la réponse impulsionnelle.

L'amplitude du signal augmente indéfiniment parce que le filtre est instable, puisque ses pôles sont à l'extérieur du cercle unité.