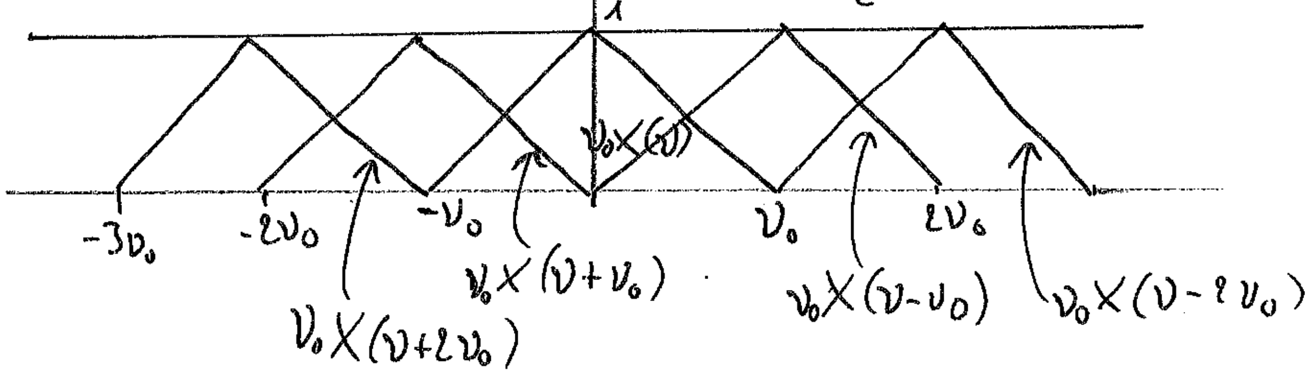
## 2.3 Echantillonnage

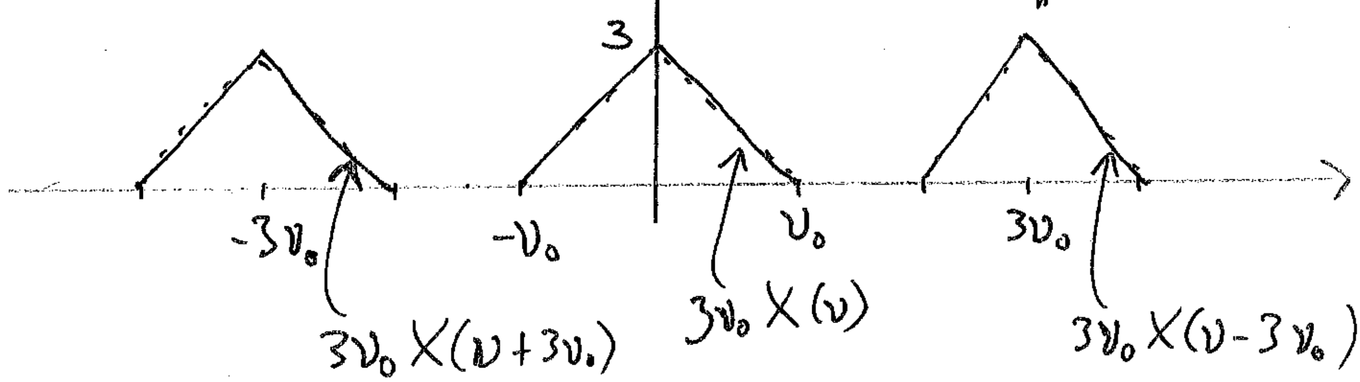
a) Pour $\nu_e = \nu_0$ : repliement de spectre

$$X_e(\nu) = \nu_0 \sum_k X(\nu - k\nu_0)$$



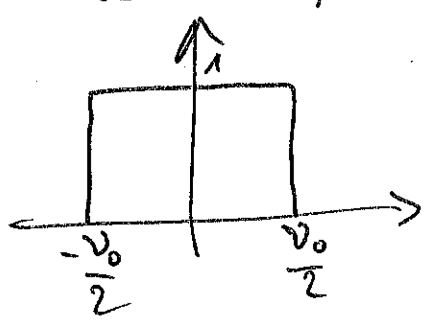

Pour $\nu_e = 3\nu_0$ : condition de Shannon respectée

$$X_e(\nu) = 3\nu_0 \sum_k X(\nu - 3k\nu_0)$$




b) A l'issue du filtrage passe-bas,

- pour $\nu_e = 3\nu_0$, on retrouve $x(t)$
- pour $\nu_e = \nu_0$, on a un signal de spectre




c'est-à-dire : $\tilde{x}(t) = y(t)$

# Correction examen signal-image 14 jan. 2014

## 2.2 Filtrage numérique

a) Equation aux différences récursive, donc filtre à réponse impulsionnelle infinie (RII)

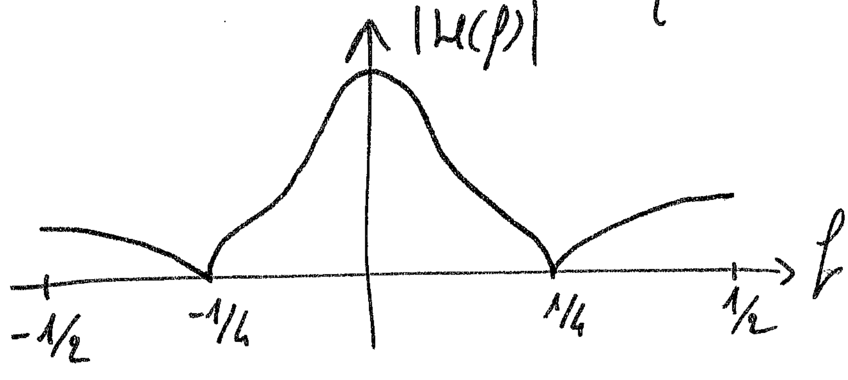
$$Y(z) = \rho z^{-1} Y(z) + X(z) + z^{-2} X(z)$$

(application de la TZ puis du théorème du retard à l'équation aux différences)

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + z^{-2}}{1 - \rho z^{-1}}$$

b) Le pôle du filtre est à l'intérieur, strictement, du cercle unité. Donc le filtre est stable.

c)




d) La sinusoïde de fréquence $1/4$ est ~~annulée~~ éliminée par le filtre ($0$ en $f = 1/4$)
A la sortie, il reste donc celle de fréquence $1/8$, pondérée par $|H(1/8)|$

2.4 a) En notant $\Delta\nu = 1100\ Hz - 1000\ Hz = 100\ Hz$
et $\nu_e = 8000\ Hz$,
la relation suivante doit être vérifiée :

$$\Delta\nu > \frac{2}{N}\nu_e$$

i.e. : $N > \dfrac{2.\nu_e}{\Delta\nu} = \dfrac{2 \times 8000}{100} = 160$

b) Parce que le fenêtrage rectangulaire utilisé n'assure pas une résolution en amplitude suffisante. En effet, les lobes secondaires liés au pic à 1000 Hz sont à 13 dB en dessous du niveau de ce pic, donc au-dessus du pic à 1100 Hz

c) Avec une fenêtre de Hamming, il faut :

$\Delta\nu > \dfrac{4}{N}\nu_e$ , i.e. $N > 320$

Donc si $N = 256$, la résolution fréquentielle est insuffisante.