

# Traitement du Signal 1

Examen final, 2e session (1h30) - 3 février 2005 : CORRECTION

## 1 Questions de cours

### 1.1 QCM (4 points)

1 : b ; 2 : a et c ; 3 : a et c ; 4 : c

### 1.2 Questions ouvertes (4 points)

- 1) Relation d'incertitude :  $T.B \geq 1/\pi$ .
- 2) Parce que dans le domaine fréquentiel, ce fenêtrage temporel se traduit par une convolution du spectre théorique par celui de la fenêtre.
- 3) En augmentant le nombre d'échantillons.
- 4) Un filtre causal est un filtre dont la sortie ne précède pas l'entrée (i.e. la réponse impulsionnelle est nulle pour  $n < 0$  ou  $t < 0$ ).

## 2 Exercices

### 2.1 Analyse spectrale numérique (3 points)

Nombre d'échantillons dispos =  $35.10^{-3} * 16000 = 560$ .

On prélève un certain nombre d'échantillons, et on multiplie par une fenêtre adaptée à la résolution souhaitée. Résolution d'amplitude nécessaire = 20 dB -> fenêtre de Bartlett, Hamming ou Hanning. Résolution fréquentielle :  $\Delta\nu = 4\nu_e/N$ . Donc  $N \geq 4\nu_e/\Delta\nu = 427$ . Comme le nombre d'échantillon pour une FFT doit être puissance de 2,  $N = 512$ .

## 2.2 Analyse d'un filtre (4 points)

1)

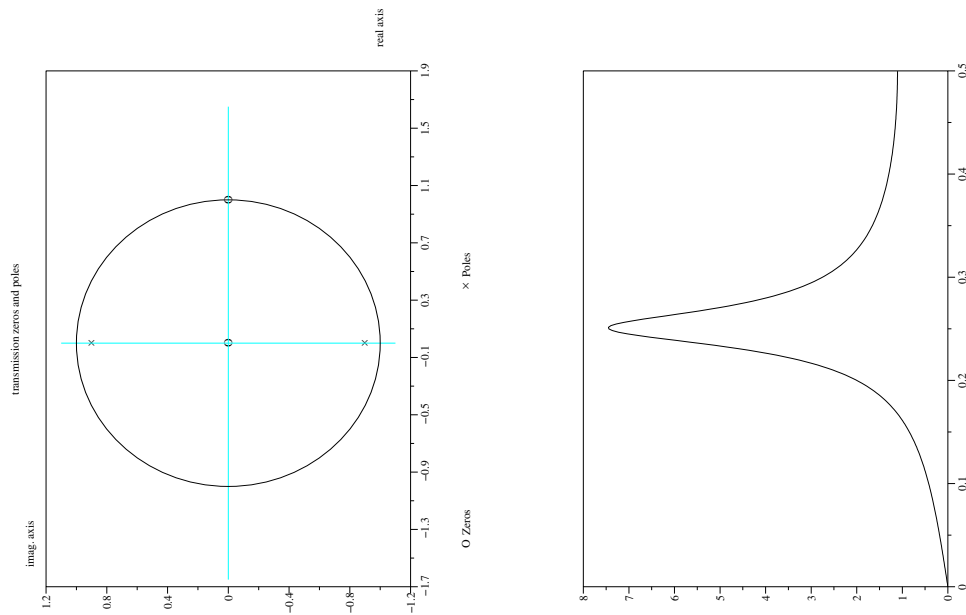
$$y(n) = x(n) - \beta x(n-1) - \alpha^2 y(n-2) \quad H(z) = \frac{1 - \beta z^{-1}}{1 + \alpha^2 z^{-2}}$$

Filtre RII

2)

$$H(z) = \frac{z \cdot (z - \beta)}{z^2 + \alpha^2}$$

Pôles =  $\pm j\alpha$  ; zéros = 0 et  $\beta$ . Stabilité ssi  $\alpha < 1$



3)

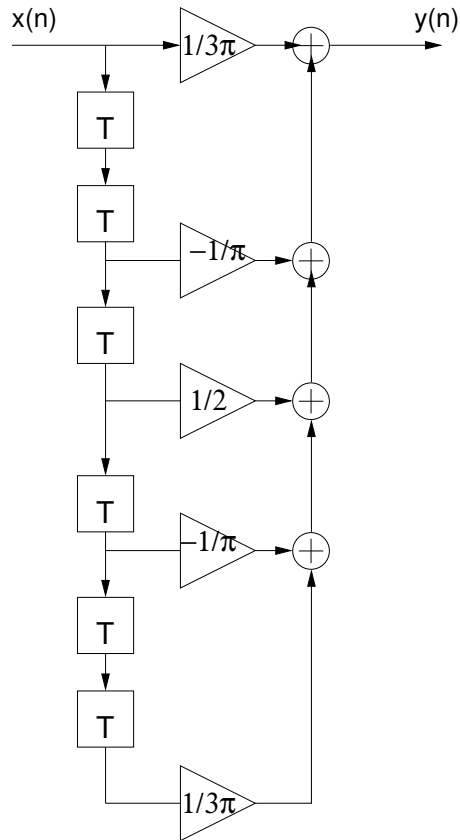
## 2.3 Synthèse d'un filtre RIF (5 points)

1) Cf exos de TD. Ce filtre n'est pas réalisable sous forme d'un filtre RIF, puisque  $h(n)$  est infinie et non causale.

2) Fenêtrage symétrique. Fenêtre de Hamming ou Hanning pour respecter les spécifications en amplitude avec le minimum de coefs. Calcul de la longueur  $N$  :

$$\text{bande de transition} = \Delta\nu/2 = 2/N \leq 1/10. \text{ Donc } N \geq 20 \rightarrow N = 21$$

**3)**  $h(0) = 1/2$ ;  $h(1) = h(-1) = -1/\pi$ ;  $h(2) = h(-2) = 0$ ;  $h(3) = h(-3) = 1/3\pi$ ;  $h(4) = h(-4) = 0$ . On décale de 4 échantillons cette réponse impulsionnelle pour faire un filtre RIF causal. Gabarit : comme celui de la figure 4, avec une atténuation de -21 dB pour la bande basse, et une bande de



transition de  $1/11$ . Si l'on met en cascade 2 filtres comme celui-ci, la bande de transition reste la même et l'atténuation en dB est doublée, passant à -42. On respecte donc bien le gabarit initial. Intérêt : structure moins sensible aux erreurs de quantification des échantillons et des coefficients.