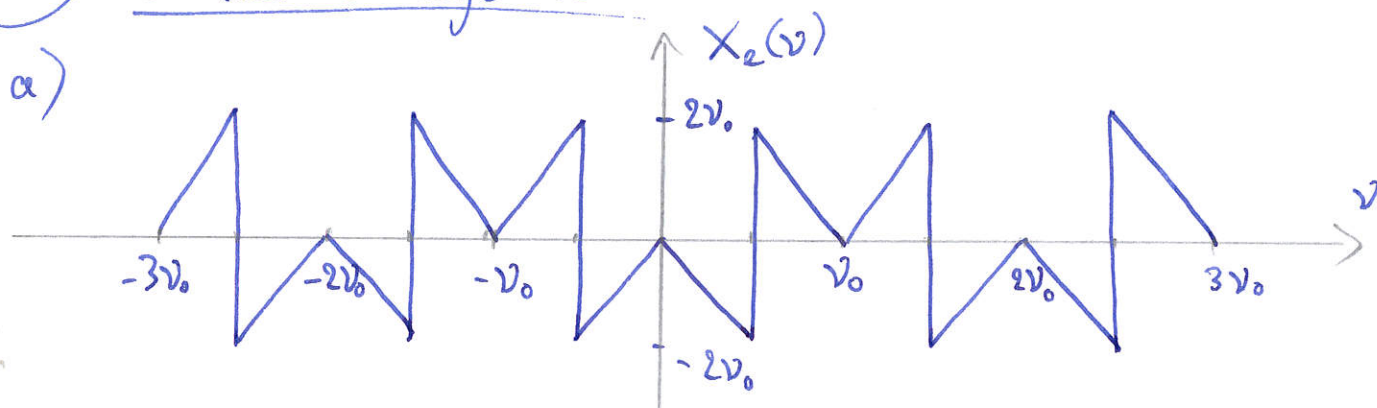


Correction examen signal/image du 8 jan. 2016

2.2 Échantillonnage 1D

a)

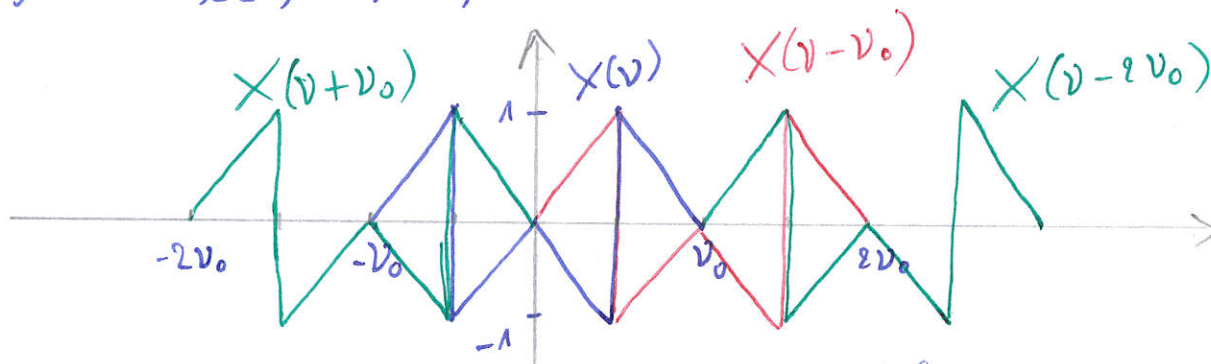


Le signal reconstitué a pour spectre celui de $X_e(\omega)$ entre $-\frac{\nu_c}{2}$ et $+\frac{\nu_c}{2}$, i.e. entre $-\nu_0$ et $+\nu_0$

Donc le spectre de $\tilde{x}(t)$ est celui de $x(t)$

Donc $\tilde{x}(t) = x(t)$

b)



$$X_e(\omega) = \nu_0 \sum_{k \in \mathbb{Z}} X(\omega - k\nu_0) \quad (\text{formule de Poisson})$$

= 0 car en tout ω les spectres s'annulent

Donc $\tilde{x}(t) = 0$

2.3 Analyse spectrale et filtrage numériques

a) Application de la transformée en Z à l'équation :

$$TZ(y(m)) = TZ(x(m)) - TZ(x(m-1)) + TZ(x(m-2)) \\ - \alpha TZ(y(m-1)) - \alpha^2 TZ(y(m-2))$$

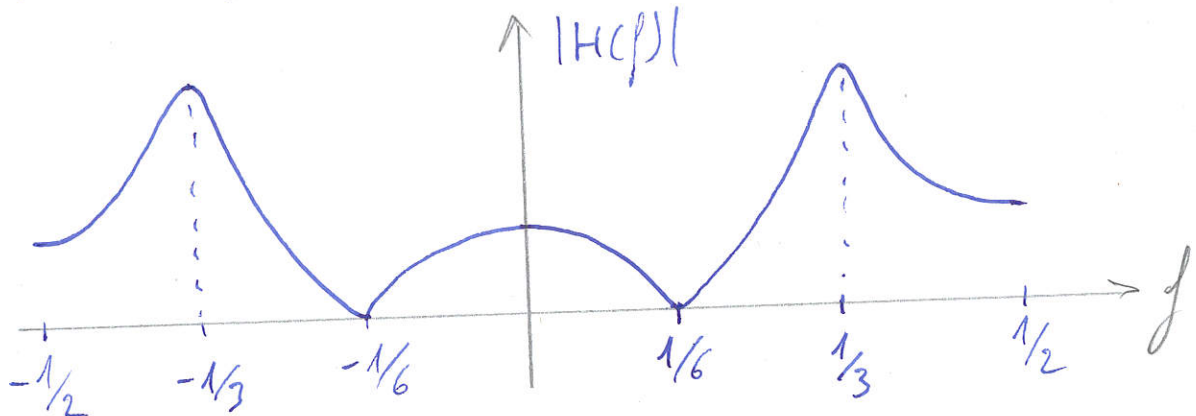
car la TZ est linéaire

$$Y(z) = X(z) - z^{-1}X(z) + z^{-2}X(z) - \alpha z^{-1}Y(z) - \alpha^2 z^{-2}Y(z)$$

(application du théorème du retard)

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - z^{-1} + z^{-2}}{1 + \alpha z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}}$$

b) Le filtre est stable car ses zéros sont à l'intérieur, strictement, du cercle unité.



c) L'opération Z est un zero-padding. Elle améliore la visualisation du spectre en augmentant le nombre d'échantillons fréquentiels.

La TFD calculée par la formule a une complexité de N^2 pour une séquence de N échantillons, alors que le calcul par FFT a une complexité de $N \log_2 N$.

La figure obtenue contient un pic, assez large,
à une seule fréquence, vers $1/3$

En effet, à cause du gain du filtre en $f = 1/6$,
la composante à f_1 a été éliminée. On obtient
un seul pic pour les 2 fréquences f_2 et f_3 à
cause de la mauvaise résolution fréquentielle.

Il faudrait que la largeur d'un pic soit $< f_3 - f_2$,
soit : $\frac{2}{N} < f_3 - f_2$

$$N > \frac{2}{f_3 - f_2} = \frac{2}{0,1/3} = 60$$