

**Exercices 3 et 4: Transformée de Fourier et filtrage**

---

**Exercice 3 (Visualisation de la transformée de Fourier).**

1. Utilisez la commande `u=double(imread('lena.pgm'))`; pour charger dans la matrice `u` l'image `lena.pgm`, puis visualisez-la à l'aide de la fonction `imshow`. Examinez notamment la différence entre `imshow(u)`, `imshow(u,[100 200])` et `imshow(u,[])`.
2. Fabriquez une image `v` de taille  $501 \times 501$  valant 20 sur un disque centré de rayon 100, 5 sur une couronne centrée de rayons 100 et 200, et 1 ailleurs (on pourra utiliser la commande `meshgrid`). Visualisez le résultat de manière appropriée.
3. On souhaite visualiser le module de la transformée de Fourier discrète (fonction `fft2`) de l'image `u`. Essayez les commandes

```
imshow(fft2(u), []);
imshow(abs(fft2(u)), []);
imshow(log(1+abs(fft2(u))), [2,15]);
imshow(fftshift(log(1+abs(fft2(u)))), [2,15]);
```

et commentez dans chaque cas l'affichage obtenu.

Définissez ensuite (dans un fichier `fftview.m` que vous conserverez par la suite) une fonction `fftview(u)` qui effectue directement cette visualisation sur son argument `u`. Comparez ensuite les images produites par `fftview(u)`; et `v=perdecomp(u);fftview(v)`;

---

**Exercice 4 (filtrage linéaire et transformée de Fourier).**

1. Codez (dans un fichier `gradx.m`) la fonction suivante

```
function dx = gradx(u)
    [ny,nx] = size(u)
    x=1:nx;y=1:ny;xp=[2:nx,1]
    dx = u(y,xp)-u(y,x)
```

puis définissez de même la fonction `grady` (gradient vertical estimé par différences finies). Proposez une visualisation adéquate des images `gradx(v)` et `grady(v)`, ainsi que leurs transformées de Fourier. Comment s'appelle ce type de filtre ?

2. Écrivez une fonction `v = moyenne(u)` qui implémente la fonction moyenne vue en cours, avec des conditions de bord périodiques. Comparez, pour une image `u` au choix, la différence entre `u` et l'image `v` retournée en appliquant la fonction moyenne à `u`.

3. Écrivez l'équation du filtre moyenne dans le domaine de Fourier, puis écrivez une fonction  $v = \text{moyenne2}(u)$  qui implémente le filtre moyenne dans le domaine de Fourier. On pourra utiliser la fonction  $[P,Q]=\text{fftgrid}(u)$ , qui renvoie dans les matrices P et Q les coordonnées fréquentielles (normalisées entre  $-\pi$  et  $\pi$ ) du plan de Fourier. Vérifier que  $\text{moyenne}(v)$  et  $\text{moyenne2}(v)$  produisent les mêmes résultats numériques.

Visualiser la transformée de Fourier de l'image moyennée. Comment s'appelle ce type de filtre ? Pourquoi ce filtre particulier n'est pas très satisfaisant pour "lisser" une image ? Pouvez-vous proposer un meilleur filtre linéaire de "lissage" ?

4. Écrire une fonction  $w = \text{filtre}(u)$  qui effectue une convolution de l'image u par le noyau k de transformée de Fourier

$$\hat{k}(p, q) = 1 + r \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{10}\right), \quad \text{avec } r = \sqrt{\left(\frac{2\pi p}{M}\right)^2 + \left(\frac{2\pi q}{N}\right)^2}.$$

Visualisez l'effet de cette fonction sur une image au choix. Quel est l'intérêt d'un tel filtre ?

---