

Exercices 5 et 6: Transformées de Fourier et visualisation

Exercice 5 (convolution mixte et transformée de Fourier).

Soit $u : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ une image discrète (M, N) -périodique, et $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction absolument intégrable.

1. Donner l'expression de la transformée de Fourier de u et de la transformée de Fourier de φ .
2. Montrer que l'image $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad v(x, y) = \sum_{(k, l) \in \mathbb{Z}^2} u(k, l) \varphi(x - k, y - l)$$

est (M, N) -périodique et vérifie

$$\int_{[0, M] \times [0, N]} |v(x, y)| \, dx dy \leq MN \cdot \|u\|_{\infty} \cdot \|\varphi\|_1$$

3. Donner la définition de \hat{v} et montrer que

$$\forall (p, q) \in \mathbb{Z}^2, \quad \hat{v}(p, q) = \hat{u}(p, q) \cdot \hat{\varphi}\left(\frac{2\pi p}{M}, \frac{2\pi q}{N}\right).$$

Exercice 6 (stéganographie élémentaire).

1. Sous Octave, chargez dans une matrice u l'image `code.pgm`, disponible dans le répertoire <http://www.mi.parisdescartes.fr/~moisan/bmti/images/> (voir la question 1 de l'exercice 3), et visualisez-la avec

```
imshow(u, []);
```

Expliquez ensuite précisément ce qui est visualisé avec la commande

```
imshow(u(30:100, 70:130), [240, 250]);
```

et commentez le résultat.

2. Cette image contient également d'autres mots cachés. Identifiez-les et indiquez leur position dans l'image. On précisera la méthode utilisée.
 3. Proposer des commandes Octave pour cacher de manière similaire un mot dans l'image `lena.pgm` utilisé en TP.
-