Exercice 11 et 12: rotation d'images

Exercice 11 (rotation par interpolation bilinéaire).

1. Écrire une fonction Octave [X,Y]=grille_tournee(u,theta), qui prend en entrée une matrice u (une image) et un réel theta (angle de rotation, en degrés), et fabrique deux matrices X et Y de même taille que u qui définissent les coordonnées (réelles) des points obtenus en tournant le domaine (rectangulaire) de u d'un angle theta autour de son centre.

2. Écrire une fonction Octave v = interpolation_bilineaire(u,X,Y), qui prend en entrée une matrice u (une image) et deux matrices de même taille X et Y, et renvoie dans v l'image obtenue après échantillonnage de l'interpolée bilinéaire de u sur la grille définie par X et Y. Pour gérer les effets de bords, On prendra pour convention que u est étendue par périodicité à $\mathbb{Z}^2$.

   Indication: on rapelle que si M est une matrice $n \times p$, alors en Octave on a $M(k,l) = M(n(l-1)+k)$.

3. Écrire une fonction v=rotation_image(u,theta), qui prend en entrée une matrice u (une image) et un réel theta (angle de rotation, en degrés) et renvoie dans une matrice v, de même taille que u, l'image obtenue par rotation de u d'un angle theta autour de son centre, l'interpolation étant bilinéaire. Tester cette fonction sur une image.

4. Appliquez 36 rotations successives de 10° à l'image de lena, et comparez le résultat à l'image originale. Que constatez-vous ? Pouvez-vous expliquer ce phénomène mathématiquement ?

Exercice 12 (rotation par interpolation de Shannon).

1. Rappeler la formule de décomposition d'une matrice de rotation d'angle θ en produit de 3 transvections.

2. Écrire une fonction Octave r = trans(s,dx) qui applique une translation de dx au signal s, et renvoie le signal r (de même taille que s) ainsi translaté. La translation sera réalisée par interpolation de Shannon.

3. Écrire une fonction Octave v = transvection(u,t) qui applique la transvection $\begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ à une image u (en supposant l'origine du repère au centre de l'image) et renvoie l'image v (de même taille que u) ainsi obtenue. Les translations horizontales correspondant à la transvection seront réalisées dans le domaine de Fourier par interpolation de Shannon au moyen de la fonction trans.

4. Réaliser la rotation d'une image (par exemple lena.pgm) de 20 degrés en appliquant les 3 transvections correspondantes. Visualiser le résultat obtenu, ainsi que les étapes intermédiaires. La transformation obtenue est-elle bien une rotation ? Quel problème faut-il encore résoudre pour obtenir un résultat satisfaisant ?

5. Appliquer la rotation comme à la question précédente, mais à l'image um obtenue à partie de u par

   ```
   um = u.*contrast(distcenter(u,'n'),[0,0.8,0.85],[1,1,0]);
   ```

   Commenter le résultat.
