

### Exercice 4 (échantillonnage)

*Note: les lignes de commandes de l'exercice sont prévues pour Python/Numpy complété par la toolbox imtools.*

1) Charger dans un tableau `u` une image de taille au minimum  $512 \times 512$  (par exemple l'image `room.pgm`, bien adaptée à l'exercice) au moyen de la commande

```
import numpy as np
import imtools as im
u = im.load('room.pgm').astype('double')
im.View(u)
```

et expliquer le rôle des instructions suivantes:

```
step = 3
v = u[::step, ::step]
w = np.kron(v, np.ones((step,step)))
ny, nx = u.shape
im.View(np.hstack((u, w[0:ny, 0:nx])))
```

2) Nommer le phénomène observé, et décrire ses différentes manifestations visuelles (pour chacune, on indiquera les coordonnées d'un pixel de l'image au voisinage de laquelle elle est observée). Augmenter ensuite la valeur (entière) de `step` pour mettre davantage en relief le phénomène attendu.

3) Pour bien préciser le phénomène observé, nous allons le recréer dans un cas très simple : celui d'une onde sinusoïdale pure. Pour créer une telle image, utilisez les commandes

```
f = np.zeros((512,512))
f[189,49] = 2
onde = np.real(np.fft.ifft2(f))
```

puis visualisez l'image `onde` avec la commande `im.View(onde)` Visualiser également le module de sa transformée de Fourier, sans oublier de centrer le domaine au moyen de la fonction `fftshift`. Appliquez ensuite un sous-échantillonnage de facteur 2 à l'image `onde` puis visualisez le résultat et sa transformée de Fourier. Quel est la position des pics dans les deux images (avant et après sous-échantillonnage) ? Justifiez précisément l'évolution constatée.

*Remarque: pour localiser la position des pics dans la transformée de Fourier, vous pouvez naviguer dans l'image interactivement (clic gauche pour zoomer, clic droit pour dézoomer). Il vous faudra ensuite soigneusement convertir les coordonnées trouvées dans l'image en coordonnées fréquentielles.*

---

### Exercice 5 (nécessité de l'interprétation spectrale)

1) Créer l'image d'une onde pure (plutôt haute fréquence, cf. exercice 4) dans le tableau `onde` et visualiser l'image obtenue en prenant en chaque pixel le carré son intensité. Que constate-t-on ? Pouvez-vous expliquer précisément le phénomène observé ?

2) La commande `im.fftzoom(onde,2)` construit une image 2 fois plus résolue en étendant par zéro le spectre de l'image `onde` à un domaine deux fois plus large (on appelle ce procédé le *zoom par zero-padding*). Vérifiez que le phénomène observé à la question 1 ne se produit pas pour l'image ainsi obtenue, et expliquer pourquoi.

3) Le phénomène reproduit à la question 1 peut être effectivement observé lors du calcul du gradient discret d'une image numérique. Écrivez une fonction `gradn(u)`, qui prend en entrée une image  $u$  de taille  $(M, N)$  et renvoie une image  $v$  de taille  $(M - 1, N - 1)$  définie par la formule

$$v(k, l) = \sqrt{(u(k + 1, l) - u(k, l))^2 + (u(k, l + 1) - u(k, l))^2}$$

(norme du gradient discret de  $u$ ).

Visualisez la norme du gradient de l'image `nimes.pgm`, notamment autour du point  $(280, 230)$ . Pourquoi le gradient calculé est-il incorrect ? Comment y remédier ?

---