Les règles de cinq, sept, neuf et onze qui sont expliquées ici correspondent à ce que nous appelons des règles de trois composées : il s'agit en fait d'un problème de proportionnalité — comme la règle de trois — qui se résout à l'aide de plusieurs règles de trois successives.

Ainsi pour le premier exemple donné : « si cent unités de capital placées pendant un mois rapportent cinq unités, combien rapporteront seize unités placées pendant un an », on a besoin de deux règles de trois : la première nous permet de savoir combien rapporteront seize unités placées pendant un mois :

Si	100 *unités*	*donnent*	5 *unités*	*en un mois*
alors	16 *unités*	*donneront*	y	*en un mois*

Les intérêts étant directement proportionnels au capital on a donc l'égalité de rapports suivante :

$$\frac{y}{5} = \frac{16}{100} \quad \text{ou :} \quad y = \frac{5 \times 16}{100}$$

Les intérêts sont aussi directement proportionnels à la durée du placement, une deuxième règle de trois nous permet de résoudre le problème en faisant intervenir maintenant les autres données connues du problème ; pour simplifier nous conservons le résultat de la règle de trois précédente sous la forme « y » :

Si	1 *mois*	*pour* 16 *unités*	*rapporte*	y
alors	12 *mois*	*pour* 16 *unités*	*rapporteront*	x

Ce qui donne alors les rapports suivants :

$$\frac{x}{y} = \frac{12}{1} \quad \textit{ou :} \quad x = 12\,y = 12 \times \frac{5 \times 16}{100}$$

Le procédé de calcul enseigné par Bhāskara est extrêmement simple dans sa mise en œuvre : il met en parallèle les données de même type sur deux colonnes, la première colonne correspondant aux « anciennes » données, la deuxième aux « nouvelles », cette dernière comportant une case vide[1] *correspondant à la quantité cherchée puis il demande de transposer d'une colonne à l'autre « le fruit », c'est-à-dire la quantité produite dans le problème — ici les intérêts — et non la quantité cherchée ! Le résultat est obtenu en divisant le produit des éléments contenus dans la colonne où ils sont les plus nombreux — c'est-à-dire la colonne où on n'a pas laissé de case vide— par le produit des éléments contenus dans la colonne où ils sont les moins nombreux. Ce qui donne :*

$$\begin{array}{l|c|c|} \textit{Durée :} & 1 & 12 \\ \textit{Capital :} & 100 & 16 \\ \textit{Intérêts :} & 5 \longleftrightarrow & \\ \hline \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{|c|c|} 1 & 12 \\ 100 & 16 \\ & 5 \\ \hline \end{array}$$

Et donc les intérêts sont égaux à : $\dfrac{12 \times 16 \times 5}{100} = \dfrac{48}{5}$

Les deux autres questions du problème se résolvent aussi à l'aide de deux règles de trois successives.

---

1. Dans le texte, nous avons noté cette place vide par ce signe : ० qui ressemble au zéro en écriture *devanāgarī* que les scribes utilisent à cet effet. Utiliser le zéro dans la traduction aurait rendu les opérations incompréhensibles !

Connaissant le capital, les intérêts produits et la durée pour l'un des deux couples capital/intérêt, il faut trouver la durée pour l'autre couple :

Si	100 *unités*	*donnent*	5 *unités*	*en un mois*
alors	16 *unités*	*donneront*	y *unités*	*en un mois*

On retrouve les mêmes proportions que pour le problème précédent :

$$\frac{y}{5} = \frac{16}{100} \quad \text{ou :} \quad y = \frac{5 \times 16}{100}$$

Une deuxième règle de trois nous permet de calculer la durée nécessaire pour que 16 *unités produisent* $48/5$ *d'unités en intérêts :*

Si	y *unités*	*sont produites par* 16 *unités*	*en un mois*
alors	$\frac{48}{5}$ *unités*	*seront produites par* 16 *unités*	*en* x *mois*

Ce qui donne l'égalité de rapports suivante :

$$\frac{\frac{48}{5}}{y} = \frac{x}{1} \quad ou \quad x = \frac{48}{5} \times \frac{100}{5 \times 16} = \frac{48 \times 100}{5 \times 5 \times 16}$$

On comprend, sur cet exemple, la deuxième prescription de Bhāskara : « on procédera à la transposition des dénominateurs » *; le dénominateur de la fraction* $\frac{48}{5}$*, qui se trouve elle-même au numérateur d'une fraction, devient un élément multiplicateur du dénominateur de la « grande » fraction. Si nous avions de même une fraction comme élément du dénominateur de la « grande » fraction, son dénominateur deviendrait un élément multiplicateur du numérateur de la grande fraction :*

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \times c} \quad et \quad \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \times c}{b}$$

La disposition préconisée dans la Līlāvatī *est donc la suivante ; nous avons gardé le trait de fraction — que les Indiens ne notent pas — pour la disposition initiale mais une fois l'échange des dénominateurs effectué, nous ne pouvons le garder car il est sans signification :*

$$\begin{array}{l|c|c|} \textit{Durée :} & 1 & \\ \textit{Capital :} & 100 & 16 \\ \textit{Intérêts :} & 5 \longleftrightarrow & \frac{48}{5} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} 1 & \\ 100 & 16 \\ \frac{48}{5 \longleftrightarrow} & 5 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} 1 & \\ 100 & 16 \\ 48 & 5 \\ & {\scriptstyle 5} \\ \hline \end{array}$$

Cet exemple montre les ambiguïtés de la notation employée : Bhāskara nous dit : « le produit issu des quantités plus nombreuses étant divisé par le produit des quantités moins nombreuses... » *or, une fois l'échange des dénominateurs effectué, il y a le même nombre de quantités dans les deux colonnes ! Nous avons noté en utilisant une taille de caractère plus petite, le dénominateur* 5 *une fois changé de colonne. Le commentaire vient alors à notre secours :* « Là où le fruit, parmi les quantités moins nombreuses, a été déplacé est ce qui s'appelle [le côté] des quantités plus nombreuses. » *Le « fruit »,*

$48/5$, *a été déplacé de la colonne de droite à celle de gauche, le nombre de mois cherché est donc obtenu en divisant le produit des éléments de la colonne de gauche par le produit de ceux de la colonne de droite :*

$$\frac{1 \times 100 \times 48}{16 \times 5 \times 5} = 12$$

Enfin le troisième problème nous demande de trouver le capital, connaissant la durée et les intérêts produits :

Si	100 *unités*	*produisent*	5 *unités*	*en un mois*
alors	100 *unités*	*produiront*	y *unités*	*en douze mois*

$$\frac{y}{5} = \frac{12}{1} \quad ou: \quad y = 5 \times 12$$

Si	100 *unités*	*produisent*	y *unités*	*en douze mois*
alors	x *unités*	*produiront*	$\frac{48}{5}$ *unités*	*en douze mois*

$$\frac{x}{100} = \frac{\frac{48}{5}}{y} \quad ou: \quad x = \frac{\frac{48}{5} \times 100}{5 \times 12} = \frac{48 \times 100}{5 \times 5 \times 12}$$

Selon la disposition indienne :

$$\begin{array}{l|c|c|} \textit{Durée :} & 1 & 12 \\ \textit{Capital :} & 100 & \\ \textit{Intérêts :} & 5 \longleftrightarrow & \frac{48}{5} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} 1 & 12 \\ 100 & \\ \frac{48}{5 \longleftrightarrow} & 5 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} 1 & 12 \\ 100 & \\ 48 & 5 \\ & 5 \\ \hline \end{array}$$

Il y a ici la même ambiguïté quant au nombre de termes de chaque colonnes, mais le « fruit » ayant été déplacé de la colonne de droite à celle de gauche, on doit diviser le produit des nombres situés dans la colonne de gauche par le produit de ceux situés dans la colonne de droite :

$$\frac{1 \times 100 \times 48}{12 \times 5 \times 5} = 16$$