

Le premier couple de nombres proposé est le suivant, x étant la quantité arbitraire :

$$\frac{8x^2 - 1}{2x} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} \left(\frac{8x^2 - 1}{2x} \right)^2 + 1$$

Le calcul est plus simple si on écrit :

$$\frac{8x^2 - 1}{2x} = 4x - \frac{1}{2x}$$

On a alors :

$$\left[\frac{1}{2} \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^2 + 1 \right]^2 \pm \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^2 - 1 = \begin{cases} \frac{1}{4} \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^4 \\ \text{ou} \\ \frac{1}{4} \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^4 + 2 \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^2 \end{cases}$$

Le premier cas est visiblement un carré ; pour le deuxième, il suffit d'effectuer le calcul :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^4 + 2 \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^2 &= \frac{1}{4} \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^2 \left[\left(4x - \frac{1}{2x} \right)^2 + 8 \right] \\ &= \frac{1}{4} \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^2 \left(16x^2 - 4 + \frac{1}{4x^2} + 8 \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(4x - \frac{1}{2x} \right)^2 \left(4x + \frac{1}{2x} \right)^2 \end{aligned}$$

Le deuxième couple de valeurs est beaucoup plus simple :

$$\frac{1}{2x} + x \quad \text{et} \quad 1$$

On a alors :

$$\left(\frac{1}{2x} + x \right)^2 \pm 1^2 - 1 = \begin{cases} \left(\frac{1}{2x} + x \right)^2 \\ \text{ou} \\ \left(\frac{1}{2x} + x \right)^2 - 2 \end{cases} = \frac{1}{4x^2} + 1 + x^2 - 2 = \left(\frac{1}{2x} - x \right)^2$$